

1-a) Volmer and Weber model에 따르면,

$$I = Z \times A^* \times n_1 \exp\left(-\frac{\Delta G^*}{kT}\right) \quad \text{이고,}$$

$$Z A^* n_1 \text{ 을 } C \text{ 라고 하면,} \quad \ln I = \ln C + \left(-\frac{\Delta G^*}{kT}\right)$$

여기서 $\ln C$ 는 $\ln I$ vs $\frac{1}{T}$ 그래프의 y 절편이고,

$-\frac{\Delta G^*}{k}$ 는 기울기이다.

따라서,

$$\begin{aligned} \Delta G^* &= -23.8 \times 10^3 K \times (-1.38 \times 10^{-23} J/K) \\ &= 3.2844 \times 10^{-19} J \quad (\Delta G^* \text{ 는 critical free energy}) \end{aligned}$$

nuclei의 모양이 완전 구형으로 가정되므로,

$$\Delta G = -\frac{4}{3}\pi r^3 \Delta G_v + 4\pi r^2 \gamma$$

$$\frac{\partial \Delta G}{\partial r} = 0 \quad \text{일 때의 } r \text{ 을 critical radius, } r^*,$$

$$r = r^* \quad \text{일 때의 } \Delta G \text{ 를 critical free energy}$$

라 한다.

$$r^* = -\frac{2\gamma}{\Delta G_v} \quad \Delta G^* = \frac{16}{3}\pi \frac{\gamma^3}{(\Delta G_v)^2}$$

$$\frac{16}{3}\pi \frac{\gamma^3}{(\Delta G_v)^2} = \Delta G^* = 3.2844 \times 10^{-19} J$$

$$\gamma = 0.058 J/m^2$$

$$1-b) \quad r^* = -\frac{2\gamma}{\Delta G_v} = 1.162 \times 10^{-9} m$$

1-c) nuclei 안의 atom의 개수를 n 이라고 하고 atom의 부피를 V 라고 하면,

$$V = nV \quad (V \text{ 는 nuclei의 부피}) \quad \text{로 나타낼 수 있다.}$$

nuclei는 완전한 구형이므로, critical size일 때 nuclei 안의 atom 개수는

$$\frac{4}{3}\pi r^3 n = \frac{4}{3}\pi r^{*3} \quad n = 464.88 \quad \text{약 } 465 \text{ 개 정도이다.}$$

$$2. \quad \Delta G = -V_{\text{solid}} \Delta G_v + \Sigma A \cdot \gamma$$

$$= -l^2 h \Delta G_v + 4hl \gamma_{cv} + l^2 \gamma_{cv} + l^2 \gamma_{sc} - l^2 \gamma_{vs}$$

Surface 들간의 각도로부터,

$$\gamma_{vs} = \gamma_{sc} + \gamma_{cv} \cos 90^\circ = \gamma_{sc}$$

$$\Delta G = -l^2 h \Delta G_v + 4hl \gamma_{cv} + l^2 \gamma_{cv}$$

critical size 에서 $\frac{\partial \Delta G}{\partial h}$, $\frac{\partial \Delta G}{\partial l}$ 은 0 이다,

$$\left. \frac{\partial \Delta G}{\partial h} \right|_{h=h^*, l=l^*} = -l^{*2} \Delta G_v + 4l^* \gamma_{cv}$$

$$= 0$$

$$l^* = \frac{4\gamma_{cv}}{\Delta G_v}$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \Delta G}{\partial l} \right|_{h=h^*, l=l^*} &= -2l^* h^* \Delta G_v + 4h^* \gamma_{cv} + 2\gamma_{cv} l^* \\ &= -8\gamma_{cv} h^* + 4h^* \gamma_{cv} + \frac{8\gamma_{cv}^2}{\Delta G_v} = 0 \end{aligned}$$

$$-2h^* + h^* + \frac{2\gamma_{cv}}{\Delta G_v} = 0$$

$$h^* = \frac{2\gamma_{cv}}{\Delta G_v}$$

energy barrier of nucleation ΔG^* 은 $l=l^*$, $h=h^*$ 일 때 ΔG 이다,

$$\begin{aligned} \Delta G^* &= -\left(\frac{\gamma_{cv}}{\Delta G_v}\right)^3 \times 32 \times \Delta G_v + 32 \times \left(\frac{\gamma_{cv}}{\Delta G_v}\right)^2 \times \gamma_{cv} \\ &\quad + 16 \times \left(\frac{\gamma_{cv}}{\Delta G_v}\right)^2 \times \gamma_{cv} \\ &= \frac{16(\gamma_{cv})^3}{(\Delta G_v)^2} \end{aligned}$$