

1. Study and summarize CSL (Coincidence site lattice) boundary.

Grain boundary 는 grain 과 grain 이 만나는 면인데, 각 grain 은 특정한 orientation 을 가지므로, grain boundary 에서는 접하는 grain 들이 똑같은 orientation 을 갖지 않는 이상 misorientation 이 발생한다.

이때, 각 grain 의 orientation 들이 어떤 특별한 각도를 가지고 있을 때, Grain boundary 의 일부 격자점들이 주기적으로 일치하여

Boundary energy 가 낮아지는 때의 grain boundary 를 CSL boundary 라고 한다.

Σ , degree of fit, 이라는 값으로 grain 들간의 관계를 나타낼 수 있는데, Σ 은 완전히 같은 orientation 의 grain 들간의 관계를 나타내면,

Σ 가 낮을수록 일치하는 격자점이 많아지고, 높을수록 misorientation 이 심하다. 따라서, CSL boundary 의 경우 Σ 값이 낮다.

($\Sigma =$ 전체 격자점 / 일치하는 격자점)

$$2. \sum_{i=1}^{n-1} X_i^\phi X_n^B = \sum_{j=1}^{n-1} X_j^B X_n^\phi \exp\left(-\frac{\Delta G_j^{seg}}{RT}\right)$$

$$\Leftrightarrow X_n^B \sum_{i=1}^{n-1} X_i^\phi = X_n^\phi \sum_{j=1}^{n-1} X_j^B \exp\left(-\frac{\Delta G_j^{seg}}{RT}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{X_n^B}{X_n^\phi} = \frac{\sum_{j=1}^{n-1} X_j^B \exp\left(-\frac{\Delta G_j^{seg}}{RT}\right)}{\sum_{i=1}^{n-1} X_i^\phi}$$

$$\frac{X_i^B}{X_i^\phi} \exp\left(-\frac{\Delta G_i^{seg}}{RT}\right) = \frac{\sum_{j=1}^{n-1} X_j^B \exp\left(-\frac{\Delta G_j^{seg}}{RT}\right)}{\sum_{i=1}^{n-1} X_i^\phi}$$

$$\frac{X_i^B}{X_i^\phi} \exp\left(-\frac{\Delta G_i^{seg}}{RT}\right) = \frac{\sum_{j=1}^{n-1} X_j^B \exp\left(-\frac{\Delta G_j^{seg}}{RT}\right)}{\sum_{i=1}^{n-1} X_i^\phi}$$

여기서, $\sum_{i=1}^{n-1} X_i^\phi = (X_1^\phi + X_2^\phi + \dots + X_{n-1}^\phi + X_n^\phi) - X_n^\phi = 1 - X_n^\phi$

$$X_i^\phi = \frac{(1 - X_n^\phi) X_i^B \exp\left(-\frac{\Delta G_i^{seg}}{RT}\right)}{\sum_{j=1}^{n-1} X_j^B \exp\left(-\frac{\Delta G_j^{seg}}{RT}\right)} = \frac{X_i^B \exp\left(-\frac{\Delta G_i^{seg}}{RT}\right) - X_n^B X_i^\phi}{\sum_{j=1}^{n-1} X_j^B \exp\left(-\frac{\Delta G_j^{seg}}{RT}\right)}$$

$$\Leftrightarrow X_i^\phi \left(\sum_{j=1}^{n-1} X_j^B \exp\left(-\frac{\Delta G_j^{seg}}{RT}\right) + X_n^B \right) = X_i^B \exp\left(-\frac{\Delta G_i^{seg}}{RT}\right)$$

$$\Leftrightarrow X_i^\phi = \frac{X_i^B \exp\left(-\frac{\Delta G_i^{seg}}{RT}\right)}{\sum_{j=1}^{n-1} X_j^B \exp\left(-\frac{\Delta G_j^{seg}}{RT}\right) + X_n^B} = \frac{X_i^B \exp\left(-\frac{\Delta G_i^{seg}}{RT}\right)}{\sum_{j=1}^{n-1} X_j^B \exp\left(-\frac{\Delta G_j^{seg}}{RT}\right) + (1 - \sum_{j=1}^{n-1} X_j^B)}$$

$$\Leftrightarrow X_i^\phi = \frac{X_i^\beta \exp\left(-\frac{\Delta G_i^{\text{sep}}}{RT}\right)}{1 + \sum_{i=1}^{n-1} X_i^\beta \left(\exp\left[-\frac{\Delta G_i^{\text{sep}}}{RT}\right] - 1\right)}$$

$$\therefore X_i^\phi = \frac{X_i^\beta e^{-\Delta G_i^{\text{sep}}/RT}}{1 + \sum_{i=1}^{n-1} X_i^\beta \left(e^{-\Delta G_i^{\text{sep}}/RT} - 1\right)}$$