Problem set # 1 20220343 조우진

2.1 An monatomic ideal gas at 300 K has a volume of 15 liters at a pressure of 15 atm. Calculate
a. The final volume of the system
b. The work done by the system
c. The heat entering or leaving the system
d. The change in the internal energy
e. The change in the enthalpy when the gas undergoes
  i. A reversible isothermal expansion to a pressure of 10 atm
  ii. A reversible adiabatic expansion to a pressure of 10 atm

The constant-volume molar heat capacity of the gas, c_v, has the value 1.5 R.

i) 가역 등온 팽창 (→ 10 atm)

a. $15L \times 15\ atm = xL \times 10\ atm$ $\boxed{\therefore 22.5L}$

b. $w = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT \ln \frac{22.5}{15}$

$n = \frac{PV}{RT} = \frac{15atm \cdot 15L}{0.082 atm \cdot L/mol \cdot K \times 300K} = 9.15 mol.$

$9.15mol \times 8.314 J/mol \cdot K \times 300K \times \ln \frac{22.5}{15} = \boxed{9.25kJ}$

c. $\Delta U = 0$

$\Delta U = q - w$, $q = w$ $\therefore \boxed{9.25kJ}$

d. $\Delta U = nC_v \Delta T = \boxed{0}$

e. $\Delta H = nc_p \Delta T = \boxed{0}$

ii) 단열 가역 팽창

a. $P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma}$

$V_2^{\gamma} = \frac{P_1}{P_2} V_1^{\gamma}$

$V_2 = \left(\frac{P_1}{P_2} V_1^{\gamma}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = \boxed{19.13L}$

b. $\Delta U = q - w = -w$

$w = -\Delta U = -nC_v \Delta T$

$T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR} = \frac{10atm \times 19.13L}{9.15mol \times 0.082 atm \cdot L/mol \cdot K} = 254.96K$

$w = -nC_v \Delta T = -9.15mol \times 1.5 \times 8.314 J/mol \cdot K \times (254.96 - 300)K$

$= \boxed{5.14kJ}$

c. $\boxed{q = 0}$

d. $\Delta U = -w = \boxed{-5.14kJ}$

e. $\Delta H = nC_p \Delta T = 9.15mol \times 2.5 \times 8.314 J/mol \cdot k \times (254.96 - 300)K$

$= \boxed{-8.57kJ}$

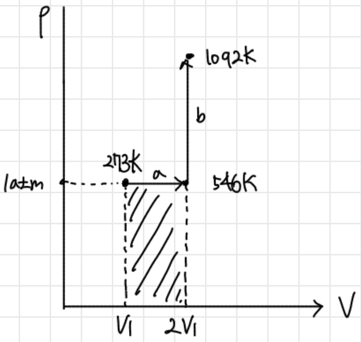
2.2 One mole of a monatomic ideal gas, in the initial state $T = 273$ K, $P = 1$ atm, is subjected to the following three processes, each of which is conducted reversibly:

a. A doubling of its volume at constant pressure,

b. Then a doubling of its pressure at constant volume,

c. Then a return to the initial state along the path $P = 6.643 \times 10^{-4}V^2 + 0.6667$.

Calculate the heat and work effects which occur during each of the three processes.



$P_1 = 1\,atm$

$w = P_1 \Delta V = P_1(2V_1 - V_1) = P_1V_1 = nRT$

$= 1\,mol \times 8.314\,J/mol\cdot K \times 273K$

$= \boxed{2270\,J}$

$V = \frac{nRT}{P}$ 에서 n, R, P 가 일정하고 V가 2배가 되었으므로

T가 2배가 된다.

$\Delta U = nC_v\Delta T = 1mol \times 1.5R \times 273K$

$= 3404\,J$

$\Delta U = q - w$

$q = \Delta U + w = \boxed{5674\,J}$

b. $\boxed{w = 0}$

$\Delta U = nC_v\Delta T = 1mol \times 1.5R \times 546K$

$= 6808\,J$

$\Delta U = q = \boxed{6808\,J}$

c. $w = \int_{2V_1}^{V_1} P\,dV = \int_{2V_1}^{V_1} (6.643\times10^{-4}V^2 + 0.6667)\,dV$

$= \left[\frac{6.643\times10^{-4}}{3}V^3 + 0.6667\,V\right]_{2V_1}^{V_1}$

$= \frac{6.643\times10^{-4}}{3}(V_1^3 - 8V_1^3) + 0.6667(V_1 - 2V_1)$

$= -\frac{7}{3}\times6.643\times10^{-4}V_1^3 - 0.6667V_1$

$P_1V_1 = 0.082\,atm\cdot L/mol\cdot K \times 1mol \times 273K$ 에서

$V_1 = 22.4\,L$

$w = -32.36\,atm\cdot L$

$= \boxed{-3278\,J}$

$\Delta U = nC_v\Delta T = 1mol \times 1.5R \times (273 - 1092)K$

$= -10214\,J$

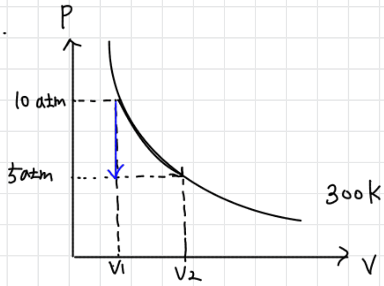
$\Delta U = q - w$

$q = \Delta U + w = \boxed{-13492\,J}$

3.1 The initial state of 1 mole of a monatomic ideal gas is $P = 10$ atm and $T = 300$ K. Calculate the change in the entropy of the gas for

a. An isothermal decrease in the pressure to 5 atm
b. A reversible adiabatic expansion to a pressure of 5 atm
c. A constant-volume decrease in the pressure to 5 atm

a.



$$\Delta S = nR\ln\frac{V_2}{V_1}$$
$$= nR\ln\frac{P_1}{P_2} = 1\text{mol} \times R \times \ln 2$$
$$= \boxed{5.76\ \mathrm{J/K}}$$

b. $q = 0$ $\quad \therefore \boxed{\Delta S = 0\ \mathrm{J/K}}$

c. $\Delta S = \frac{dq}{T}$, $dq = nc_v\,dT$

$$nc_v\int_{T_1}^{T_2}\frac{1}{T}\,dT = nc_v\ln\frac{T_2}{T_1} = nc_v\ln\frac{1}{2}$$
$$= \boxed{-8.64\ \mathrm{J/K}}$$

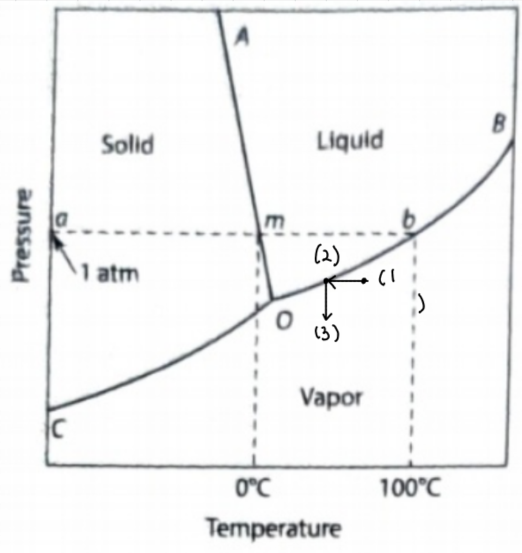
3.4 Calculate the change in the enthalpy and the change in entropy when 1 mole of SiC is heated from 25°C to 1000°C. The constant-pressure molar heat capacity of SiC varies with temperature as $\quad$ 298K to 1273K

$$c_p = 50.79 + 1.97\times10^{-3}T - 4.92\times10^{6}T^{-2} + 8.20\times10^{8}T^{-3}\ \text{J/mole}\cdot\text{K}$$

$$\Delta H = \int_{298K}^{1273K} n\,c_p\,dT$$
$$= \int_{298K}^{1273K}\left(50.79 + 1.97\times10^{-3}T - 4.92\times10^{6}T^{-2} + 8.20\times10^{8}T^{-3}\right)dT$$
$$= \left[50.79T + \frac{1.97\times10^{-3}}{2}T^2 - \frac{1}{(-2+1)}4.92\times10^{6}\cdot\frac{1}{T} + \frac{1}{(-3+1)}8.20\times10^{8}\frac{1}{T^2}\right]_{298K}^{1273K}$$
$$= \boxed{42742\ \mathrm{J}}$$

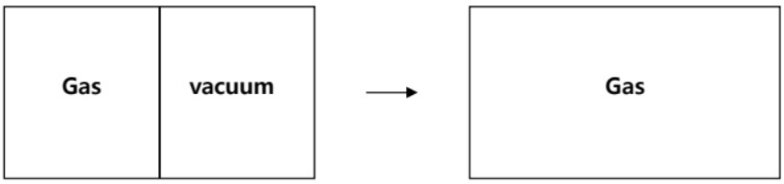
$$\Delta S = \int\frac{dq}{T}$$
$$= \int_{298K}^{1273K}\frac{\left(50.79 + 1.97\times10^{-3}T - 4.92\times10^{6}T^{-2} + 8.20\times10^{8}T^{-3}\right)dT}{T}$$
$$= \boxed{59.67\ \mathrm{J/K}}$$

5. 늦가을 자동차를 운전하면 유리창에 김 서림이 문제가 된다. 자동차 유리창에 김이 서리는 이유를 H_2O의 PT diagram을 이용하여 과학적으로 설명하시오. 이를 제거하기 위해 냉난방 장치를 이용할 경우 창 쪽으로 더운 공기가 나오게 하는 것이 현명한 가, 아니면 에어컨 바람이 나오게 하는 것이 현명한 가? 근거를 대고 설명하시오.



늦가을에는 차량 내부 온도와 외부 온도의 차이로 인해 김서림이 발생한다.
일반적으로 차량 내부 온도가 외부 온도보다 더 높기 때문에 발생한다.
차량 내부에서 증기 상태로 존재하는 수증기가(1) 상대적으로 온도가 낮은 창문에 닿으면, 액화(2)되는 현상이 일어난다.
물의 PT diagram을 봤을 때, 액화된 수증기를 다시 기체 상태로 되돌려 김 서림을 방지하는 방법은 온도를 높여 다시 (2) -> (1)로 만들거나, 증기 압력을 감소시켜 (2) -> (3)을 만드는 방법이 있다. 온도를 높이기 위해서는 히터를 틀어야 하는데, 일반적으로 히터의 경우 차량 내부의 온도도 높여서 외부와의 온도차를 더 심화시킬 수 있어 효율적이지 않다고 생각한다. 따라서 에어컨을 틀어 제습이 되면 수증기의 분압을 감소시켜 (2) -> (3)을 통해 김서림을 방지할 수 있다.

6. 왼쪽 그림과 같이 한쪽 box에 갇혀있던 ideal gas 입자들은 칸막이를 제거할 경우 진공 영역으로 퍼져 나가 통합된 전체 box 내에서 균일하게 분포를 하게 된다. 각 gas 입자들은 칸막이가 제거된 순간 옆에 빈 공간이 있으며 그리로 퍼져 나가야 할 운명이라는 것을 미리 알고 있었을까? (퍼져 나가야 할 어떤 force 같은 것을 느끼게 되는 걸까?) 이 문제에 대한 견해를 밝히시오.



열역학 제 2 법칙, 즉 우주 전체의 엔트로피가 증가해야 한다고 생각하고 보았을 때, 칸막이를 제거한 이후 ideal gas 입자들이 오른쪽으로 퍼져 나가지 않고 왼쪽에 그대로 있는 것보다 상자 전체로 퍼져 나가 좀 더 무질서하게 존재해야 하는 것이 합리적이다.
통계열역학의 관점에서 살펴보면, 경우의 수가 많은 상황, 즉 확률이 가장 높은 상황이 결과로 나타날 것이라고 예측할 수 있다. 기체 입자들을 박스 안에 배열한다고 할 때, 입자가 칸막이 왼쪽에 몰려 있는 것보다 박스 전체에 균일하게 배열하는 것이 경우의 수가 훨씬 많을 것이다. 입자의 개수가 아보가드로 수 정도로 많아진다면, 균일하게 퍼진 상황의 경우의 수와 그렇지 않은 상황의 경우의 수 차이는 훨씬 극단적으로 커진다. 따라서 확률이 가장 높은 균일한 분포가 결과로 나타난다고 할 수 있다. 입자 하나하나가 어떠한 force를 느껴 결과적으로 균일한 분포를 했다기 보다는 가장 높은 확률을 가지는 상황이 이루어졌다고 생각한다.

7. "Microscopically reversible, macroscopically irreversible"이라는 표현이 전달하고자 하는 의미가 무엇일지 각자 이해한 대로 의미를 설명하시오.

문제 6번의 사례가 좋은 예시가 될 것 같다.
Microscopically 의 범위에서 입자 하나하나의 입장을 생각해 보면, random하게 운동할 수 있다. 이는 가역적으로 운동할 수 있다는 것을 의미한다. 하지만 macroscopically의 범위, 즉 6번 문제에서 상자 내부의 있는 기체 전체를 보았을 때는 비가역적인 거동을 한다. 균일하게 퍼져 나간 입자들은 다시 칸막이 왼쪽으로 모이는 것이 확률적으로 거의 불가능하므로 이는 비가역적인 거동을 의미한다. 정리하면 상자 속 기체 입자들이 어떤 force가 존재하여 움직이는 것이 아니라 random한 가역적인 운동을 할 수 있지만 거시적인 범위로 봤을 때에는 비가역적으로 균일한 분포를 이루게 된다.