

2.1 An monatomic ideal gas at 300k has a volume of 15 liters at a pressure 15 atm .
Calculate following

i. A reversible isothermal expansion to a pressure of 10 atm

a. final volume $P_1 = 15 \text{ atm}$ $V_1 = 15 \text{ liter}$ $P_1 V_1 = nRT$ 이따라 nRT 가 변하지 않으므로 PV 은 constant
따라서, final volume V_2 $P_2 = 10 \text{ atm}$ 이따라 $P_1 V_1 = P_2 V_2 = 225$ 이따라 $V_2 = 22.5 \text{ liter}$ 이다.

b. work $\hat{=}$ isothermal process 이따라 $W = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$ 이다. $nRT = P_1 V_1 = 225 \text{ atm} \cdot \text{L}$ 이다.
 $1 \text{ atm} \cdot \text{L} = 101.325 \text{ J}$, $\therefore W = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 225 \times 101.325 \times 0.4055 = 9244 \text{ J}$ 이다.

c. Isothermal process 이다 $\Delta U = 0 = q - W$ 이다. 따라서, $q = W = 9244 \text{ J}$ 이다. (b) 참조

d. Isothermal process 이다 $\Delta U = 0$ 이다. ($\Delta U = nC_V \Delta T$, $\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0$)

e. $\Delta H = nC_P \Delta T$ 이다. Isothermal process 이다 $\Delta T = 0$. $\therefore \Delta H = 0$ 이다.

ii. A reversible adiabatic expansion to a pressure of 10 atm

a. adiabatic expansion 이따라 $PV^\gamma = \text{const}$ 이다. $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{5}{3}$ 이다. final volume V_2 , $P_1 = 15 \text{ atm}$ $P_2 = 10 \text{ atm}$
 $V_1 = 15 \text{ L}$ 이다. $15 \times 15^{\frac{5}{3}} = 10 \times V_2^{\frac{5}{3}} = 1368.495$ 이다. $\Rightarrow V_2^{\frac{5}{3}} = 136.85$ 이다. $V_2 = (136.85)^{\frac{3}{5}} = 19.13 \text{ L}$ 이다.

b. work done by the system 이따라 $\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{P_2 V_2}{P_1 V_1}\right)$ 이다. $\left(\frac{P_2 V_2}{P_1 V_1}\right) = \frac{10 \cdot 19.13}{15 \cdot 15} = 0.8502$, $T_2 = 0.85 \times 300 = 255 \text{ K}$ 이다.
 $\Delta U = nC_V \Delta T = \frac{3}{2} R (T_2 - T_1) = -\frac{135}{2} R \times n$. $n = \frac{P_1 V_1}{RT} = 9.146 \text{ mol}$ 이다.
 $\Delta U = -\frac{135}{2} \times 9.146 \times 8.314 = -5132 \text{ J}$, adiabatic expansion 이다 $\Delta U = -W$ 이다. $W = 5132 \text{ J}$ 이다.

c. heat 이따라 adiabatic process 이다 $q = 0$ 이다.

d. $\Delta H = nC_P \Delta T = -\frac{135}{2} R \times 9.146 = -5132 \text{ J}$ 이다.

e. $\Delta H = C_P \Delta T \times n$ 이다. $C_P = \frac{5}{2} R$ 이다. $\Delta H = \frac{5}{2} nC_P \Delta T = \frac{5}{2} \Delta U = -8553 \text{ J}$ 이다.

2.2 one mole of a monatomic ideal gas, in the initial state $T=273\text{K}$, $P=1\text{atm}$ is subjected to the following three process, each of which is conducted reversibly.

Calculate work and heat effects which occur during each of the three process.

a. Doubling of its volume at constant pressure.

$$PV=nRT \text{ 이라 } \text{initial volume } V=22.4\text{L} \text{ 가 됨, } V \text{ 가 2배가 되었으므로 } W=22.4\text{L} \times 1\text{atm} = 22.4\text{atm}\cdot\text{L}$$

$$1\text{atm}\cdot\text{L} = 101.325\text{J} \text{ 이라 } 22.4 \times 101.325 = 2270\text{J} \text{ 이 됨}$$

$\oint$ 는 Constant pressure 이라 Volume 1 배가 되었으므로 initial pressure, volume 을 P_i, V_i 이라 하면

$$2P_i V_i = nR'T' \quad n, R \text{ 은 constant 이라 } PV=nRT \text{ 을 생각, } T'=2T \text{ 가 됨, 따라서 } \Delta U = \frac{3}{2}R\Delta T = \frac{3}{2}R \times 273$$

$$= 3405\text{J} \quad \Delta U = \oint - W \Rightarrow \oint = \Delta U + W = 5675\text{J} \text{ 이 됨}$$

b. Constant Volume 이라 $W=P\Delta V=0$ 이 됨. $\oint$ 의 경우 (아래와 같이) $P_i \Rightarrow 2P_i$ 옴

$$2P_i \times 2V_i = 4nRT \text{ 가 되었으므로 } \Delta T = 4T - 2T = 546\text{K} \text{ 이 됨, 따라서, } \Delta U = \oint = \frac{3}{2}R \times 546 = 6809\text{J} \text{ 이 됨}$$

$$c. W=P\Delta V \text{ 가 됨, 따라서 } W = \int_{22.4}^{44.8} P dV = - \int_{22.4}^{44.8} 6.643 \times 10^{-4} V^2 + 0.6667$$

$$= - \left[2.2143 \times 10^{-4} V^3 + 0.6667V \right]_{22.4}^{44.8} = 32.355\text{atm}\cdot\text{L} = -3278\text{J} \quad (\because 1\text{atm}\cdot\text{L} = 101.325\text{J}) \text{ 이 됨}$$

$$\oint \text{는 } \Delta U = \frac{3}{2}R\Delta T, = \frac{3}{2}R(4T - T) = \frac{9}{2} \times 8.314 \times 273 = 10214\text{J} \text{ 임을 생각하면 } \Delta U + W = \oint = -13492\text{J} \text{ 이 됨}$$

during 3 process, $W_{\text{tot}} = -3278 + 2270\text{J} = -1008\text{J}$, $\oint_{\text{tot}} = 5675 + 6809 - 13492\text{J} = -1008\text{J} \text{ 이 됨}$

3. 1 initial state of 1 mole of a monatomic ideal gas is $P=10\text{atm}$ and $T=300\text{K}$. Calculate the change in the entropy of the gas for

a. isothermal expansion $PV = \text{constant}$ $P=10\text{atm}$ into $P'=5\text{atm}$ (P', V' : final pressure, volume)

$$P'V' = PV = \frac{P}{2}V', \quad V' = 2V \text{ 가 된다는 것이다. 따라서 isothermal일 때 } W = RT \ln\left(\frac{V'}{V}\right) = RT \ln 2 \text{ 를 먼저 구해 보자}$$

$$\text{따라서 } W = 8.314 \times 300 \times \ln 2 = 1728.8 \text{ J}, \quad \Delta U = 0, \quad q = W = 1728.8 \text{ J}$$

$$\Delta S = \frac{q}{T} = \frac{1728.8}{300} = 5.76 \text{ J/K 일 것이다}$$

b. reversible adiabatic expansion $q=0$ 일 것이다. 따라서 $\frac{q}{T} = \Delta S = 0 \text{ J/K 일 것이다}$

c. Constant Volume decrease in the pressure to 5atm 일 상황 $W=0$ 일 것이다. 따라서

$$P_1=10\text{atm} \quad \text{initial volume: } V, \text{ etc. } P_1V_1 = nRT_1 \quad (T_1: \text{initial temperature}) \text{ 가 성립, } P \text{ 가 } \frac{P_1}{2} \text{ 가 되었을 때}$$

$$\frac{P_1}{2}V_1 = \frac{1}{2}nRT_1, \quad n, R \text{ are constant} \quad \frac{1}{2}T_1 \text{ 일 것으로 생각할 수 있다. 따라서 final temperature } T_2 = 150\text{K}$$

$$\Delta S = C_V \ln\left(\frac{150}{300}\right) = \frac{3}{2} \times 8.314 \times \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -8.65 \text{ J/K 일 것이다.}$$

4. Calculate enthalpy change and entropy change when 1 mole of SiC is heated from 25°C to 1000°C

The constant-pressure molar heat capacity of SiC varies with temperature as

$$C_p = 50.79 + 1.97 \times 10^{-3}T - 4.92 \times 10^{-6}T^2 + 8.20 \times 10^{-8}T^3 \text{ J/mole}\cdot\text{K}$$

$$\Delta H = \int_{298\text{K}}^{1273\text{K}} (50.79 + 1.97 \times 10^{-3}T - 4.92 \times 10^{-6}T^2 + 8.20 \times 10^{-8}T^3) dT = \int_{298\text{K}}^{1273\text{K}} C_p dT \text{ 가 된다는 것이다}$$

$$= \left[50.79T + 0.985 \times 10^{-3}T^2 - 1.636 \times 10^{-6}T^3 + 2.05 \times 10^{-8}T^4 \right]_{298\text{K}}^{1273\text{K}} = 42748 \text{ J 일 것이다.}$$

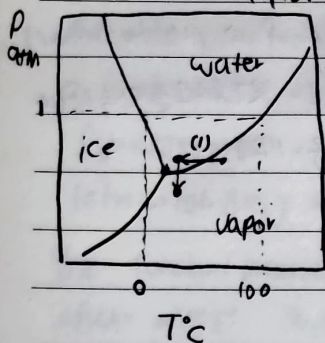
$$\Delta S \text{ 일 것이다 } \frac{q}{T}, \quad q = \int C_p dT \text{ 이므로 } \Delta S = \int \frac{q}{T} = \int_{298\text{K}}^{1273\text{K}} \frac{C_p}{T} dT \text{ 가 된다는 것이다}$$

$$\int_{298\text{K}}^{1273\text{K}} \frac{C_p}{T} dT = \int_{298\text{K}}^{1273\text{K}} \left(\frac{50.79}{T} + 1.97 \times 10^{-3} - 4.92 \times 10^{-6}T + 8.20 \times 10^{-8}T^2 \right) dT$$

$$= \left[50.79 \ln T + 1.97 \times 10^{-3}T - 2.46 \times 10^{-6}T^2 + 2.73 \times 10^{-8}T^3 \right]_{298\text{K}}^{1273\text{K}} = 59.67 \text{ J/K 일 것이다.}$$

5. 자동차 유리창에 김이 서리는 것을 H_2O 의 PT diagram을 이용하여 그 원인으로 설명하시오.

이를 제거하기 위해 창으로 공기를 나오게 하는 것이 현명인가 아니면 차가운 바람을 나오게 하는 것이 현명인가?



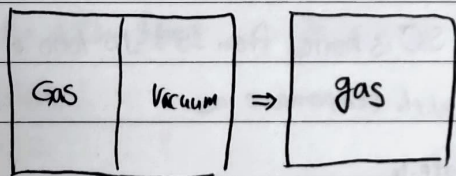
답: 먼저 자동차 유리창에 김이 서리는 이유는 자동차 안과 밖의 온도차 때문입니다.

바깥의 차가운 공기에 의해 자동차의 유리는 차가워져 있는 상태에서 차 안에 있는 따뜻한 수증기가 자동차 유리창에 가해되면 온도가 낮아져 vapor $\rightarrow$ water로 변하게 되는 과정에서 김이 서리게 됩니다 (condensation).

이를 제거하기 위해서는 기압이나 온도를 낮추는 것이 현명하다는데,

기압이나 온도를 낮추는 것보다 차가운 바람을 나오게 하는 것이 현명하다는데, 자동차 내부의 vapor가 유리의 차가운 면을 만나 water로 변하는 과정을 막아주게 되기 때문입니다.

6. 아래 그림과 같이 한쪽이 닫혀있는 ideal gas 입자들은 칸막이를 제거하게 되면 진공 영역으로 퍼져나갈 동등한 전체 box 내에서 균일하게 분포하게 된다. 각 gas 입자들은 칸막이가 제거된 순간 뭇마디 방향으로 이동을 하고 퍼져나가야 할 영역이라는 것을 알고 있었을까?



답: 칸막이를 제거할 경우 gas가 존재할 수 있는 공간 (부피)가 늘어나게 되며 Microscopic View에서 기체는 끊임없이 움직이고 있는 상태에서 빈 공간으로 이동할 수 있음을 알 수 있습니다.

이때 $S = k \ln W$ 에서 엔트로피가 증가하는 방향으로, 즉 자유도가 증가하는 방향으로 흐르게 되며 모든 기체가 균일하게 분포하고 있을 때 1개의 자유도이다. 균일하게 분포해 있는 상태의 자유도가 매우 크기 때문에 기체는 S가 증가하는 방향으로, 즉 균일하게 분포하도록 자발적으로 이동하게 됩니다.

7. "Microscopically reversible, macroscopically irreversible"이라는 표현이 전설하고자 하는 의미가 무엇일까?

답: 이 표현은 Microscopic한 View에서는 reversible 하지만 Macroscopic한 View에서는 irreversible하다는 뜻으로 원자 혹은 분자 하나하나를 봤을 때는 원자 상태로 돌아올 수 있지만 전체의 상태를 봤을 때는 원자 상태로 돌아올 수 없는 상태를 뜻합니다. 대표적인 예시로 (6)번의 gas가 퍼져나간 상황이 있으며 Macroscopic한 상태에서는 gas가 균일하게 분포하고 다시 한쪽에 모두 모이든 상태가 엔트로피가 감소하는 방향으로 자발적으로 일어날 수 없기에 irreversible 하지만 Microscopic한 View에서 gas 분자 하나만 관찰했을 때 gas는 계속해서 움직이고 퍼져나갔다가 원자 상태가 되고 돌아올 수 있다는 점에서 microscopic reversible하게 됩니다.