

2.1 An monatomic ideal gas at 300 K has a volume of 15 liters at a pressure of 15 atm. Calculate

- The final volume of the system
- The work done by the system
- The heat entering or leaving the system
- The change in the internal energy
- The change in the enthalpy when the gas undergoes
 - A reversible isothermal expansion to a pressure of 10 atm
 - A reversible adiabatic expansion to a pressure of 10 atm

The constant-volume molar heat capacity of the gas, c_v , has the value $1.5 R$.

$$T_1 = 300 \text{ K}, V_1 = 15 \text{ L}, P_1 = 15 \text{ atm} \quad n = \frac{PV}{RT} = \frac{15 \text{ atm} \times 15 \text{ L}}{0.082 \text{ (atm} \cdot \text{L/mol} \cdot \text{K)} \cdot 300 \text{ (K)}} = 9.15 \text{ mol}$$

i) a. $P_2 = 10 \text{ atm}$ isothermala (과정에 따라 일정하므로 $P_1 V_1 = P_2 V_2$)

$$P_1 V_1 = P_2 V_2, V_2 = \frac{P_1 V_1}{P_2} = \frac{15 \text{ atm} \cdot 15 \text{ L}}{10 \text{ atm}} = 22.5 \text{ L}$$

$$b. W = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV = nRT [\ln V]_{V_1}^{V_2} = \frac{15 \text{ atm} \times 15 \text{ L}}{0.082 \text{ (atm} \cdot \text{L/mol} \cdot \text{K)} \cdot 300 \text{ (K)}} \cdot 8.314 \text{ (J/mol} \cdot \text{K)} \cdot 300 \text{ (K)} \cdot \ln \left(\frac{22.5 \text{ L}}{15 \text{ L}} \right) = 9249.8 \text{ J}$$

$$c. \Delta U = 0, q = w \rightarrow q = 9249.8 \text{ J}$$

$$d. \Delta U = n c_v \Delta T, \Delta T = 0 \rightarrow \Delta U = 0$$

$$e. \Delta H = n c_p \Delta T, \Delta T = 0 \rightarrow \Delta H = 0$$

ii) a. $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$

$$V_2 = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot V_1 = \left(\frac{15 \text{ atm}}{10 \text{ atm}} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot 15 \text{ (L)} = 19.1 \text{ L}$$

b. $q = 0, W = -\Delta U = -n c_v \Delta T$

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR} = \frac{10 \text{ atm} \cdot 19.1 \text{ (L)}}{15 \text{ (atm)} \cdot 15 \text{ (L)}} \cdot 300 \text{ (K)} = 254.7 \text{ K}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 254.7 \text{ K} - 300 \text{ K} = -45.3 \text{ K}$$

$$W = -n c_v \Delta T = -9.15 \text{ mol} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8.314 \text{ (J/mol} \cdot \text{K)} \cdot (-45.3 \text{ (K)}) = 5169.2 \text{ J}$$

c. $q = 0$ 열의 출입이 없다.

d. $\Delta U = q - w, q = 0 \quad \Delta U = -w = -5169.2 \text{ J}$

e. $\Delta H = nC_p \Delta T = 9.15 \text{ mol} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.314 \text{ J/mol}\cdot\text{K} \cdot (-45.3 \text{ K}) = -8615.3 \text{ J}$

2.2 One mole of a monatomic ideal gas, in the initial state $T = 273 \text{ K}, P = 1 \text{ atm}$, is subjected to the following three processes, each of which is conducted reversibly:

- A doubling of its volume at constant pressure,
 - Then a doubling of its pressure at constant volume,
 - Then a return to the initial state along the path $P = 6.643 \times 10^{-4} V^2 + 0.6667$.
- Calculate the heat and work effects which occur during each of the three processes.

a. initial state $T = 273 \text{ K}, P = 1 \text{ atm}, n = 1 \text{ mol}, V = \frac{nRT}{P} = 22.4 \text{ L}$
 $\xrightarrow[\text{P constant}]{\text{doubling V}} T = 546 \text{ K}, P = 1 \text{ atm}, n = 1 \text{ mol}, V = 44.8 \text{ L}$
 $\Delta U = nC_v \Delta T = 1 \text{ mol} \cdot \frac{3}{2} \cdot (8.314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}) \cdot (546 \text{ K} - 273 \text{ K})$
 $= 3404.6 \text{ J}$

$W = P \Delta V = nR \Delta T = 1 \text{ mol} \cdot 8.314 \text{ J/mol}\cdot\text{K} \cdot (546 \text{ K} - 273 \text{ K}) = 2269.1 \text{ J}$

$q = \Delta U + W = 3404.6 \text{ J} + 2269.1 \text{ J} = 5674.3 \text{ J}$

$\therefore W = 2269.1 \text{ J}, q = 5674.3 \text{ J}$

b. initial state $T = 546 \text{ K}, P = 1 \text{ atm}, n = 1 \text{ mol}, V = 44.8 \text{ L}$
 $\xrightarrow[\text{constant V}]{\text{doubling P}} T = 1092 \text{ K}, P = 2 \text{ atm}, n = 1 \text{ mol}, V = 44.8 \text{ L}$

$\Delta U = nC_v \Delta T = 1 \text{ mol} \cdot \frac{3}{2} \cdot (8.314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}) \cdot (1092 \text{ K} - 546 \text{ K}) = 6809.2 \text{ J}$

$W = P \Delta V = 0 \quad q = \Delta U + W = \Delta U = 6809.2 \text{ J}$

$\therefore W = 0, q = 6809.2 \text{ J}$

c. initial state $T = 1092 \text{ K}, P = 2 \text{ atm}, n = 1 \text{ mol}, V = 44.8 \text{ L} \longrightarrow T = 273 \text{ K}, P = 1 \text{ atm}, n = 1 \text{ mol}, V = 22.4 \text{ L}$

$\Delta U = nC_v \Delta T = 1 \text{ mol} \cdot \frac{3}{2} \cdot (8.314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}) \cdot (273 \text{ K} - 1092 \text{ K}) = -10214 \text{ J}$

$W = \int P dV = \int_{44.8 \text{ L}}^{22.4 \text{ L}} (6.643 \times 10^{-4} V^2 + 0.6667) dV = \left[\frac{6.643}{3} \cdot 10^{-4} V^3 + 0.6667 V \right]_{44.8 \text{ L}}^{22.4 \text{ L}}$

$= -32.36 \text{ atm}\cdot\text{L} = -32.36 \text{ atm}\cdot\text{L} \cdot 101.325 \text{ J/atm}\cdot\text{L} = -3278.4 \text{ J}$

$q = \Delta U + W = -10214 \text{ J} - 3278.4 \text{ J} = -13492.4 \text{ J}$

$\therefore W = -3278.4 \text{ J}, q = -13492.4 \text{ J}$

3.1 The initial state of 1 mole of a monatomic ideal gas is $P = 10 \text{ atm}$ and $T = 300 \text{ K}$. Calculate the change in the entropy of the gas for

- An isothermal decrease in the pressure to 5 atm
- A reversible adiabatic expansion to a pressure of 5 atm
- A constant-volume decrease in the pressure to 5 atm

$$n = 1 \text{ mol} \quad P_1 = 10 \text{ atm} \quad T_1 = 300 \text{ K} \quad V_1 = \frac{nR T_1}{P_1} = 2.46 \text{ L}$$

$$\text{a. } P_2 = 5 \text{ atm} \quad P_1 V_1 = P_2 V_2, \quad V_2 = \frac{P_1 V_1}{P_2} = \frac{10 \text{ (atm)} \cdot 2.46 \text{ (L)}}{5 \text{ (atm)}} = 4.92 \text{ L}$$

$$\text{isothermal} \rightarrow \Delta U = q - w = 0$$

$$q = W = \int P dV = \int_{2.46 \text{ (L)}}^{4.92 \text{ (L)}} \frac{nRT}{V} dV = nRT \ln \frac{4.92 \text{ (L)}}{2.46 \text{ (L)}} \quad \Delta S = \frac{q}{T} = nR \ln \frac{4.92 \text{ (L)}}{2.46 \text{ (L)}} = 1 \text{ (mol)} \cdot 8.314 \text{ (J/mol}\cdot\text{K)} \cdot \ln \frac{4.92 \text{ (L)}}{2.46 \text{ (L)}} = 5.76 \text{ J/K}$$

$$\text{b. } P_2 = 5 \text{ atm} \quad \text{adiabatic} \rightarrow q = 0 \quad \Delta S = \frac{q}{T} = 0$$

$$\text{c. } P_2 = 5 \text{ atm} \quad V_2 = V_1 = 2.46 \quad T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR} = 150 \text{ K}$$

$$W = 0 \quad q = \Delta U = nC_V \Delta T$$

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dq}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{nC_V}{T} dT = nC_V [\ln T]_{T_1}^{T_2} = 1 \text{ (mol)} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8.314 \text{ (J/mol}\cdot\text{K)} \cdot \ln \frac{150 \text{ (K)}}{300 \text{ (K)}} = -8.64 \text{ J/K}$$

3.4 Calculate the change in the enthalpy and the change in entropy when 1 mole of SiC is heated from 25°C to 1000°C . The constant-pressure molar heat capacity of SiC varies with temperature as

$$c_p = 50.79 + 1.97 \times 10^{-3} T - 4.92 \times 10^6 T^{-2} + 8.20 \times 10^8 T^{-3} \text{ J/mole} \cdot \text{K}$$

$\Delta H, \Delta S$?

$$n = 1 \text{ mol} \quad T_2 = 1273 \text{ K} \quad T_1 = 298 \text{ K}$$

$$dH = nC_p dT$$

$$\Delta H = \int dH = \int_{T_1}^{T_2} nC_p dT = \int_{298 \text{ (K)}}^{1273 \text{ (K)}} 1 \text{ (mol)} \cdot (50.79 + 1.97 \times 10^{-3} T - 4.92 \times 10^6 T^{-2} + 8.20 \times 10^8 T^{-3}) \text{ (J/mol}\cdot\text{K)} dT$$

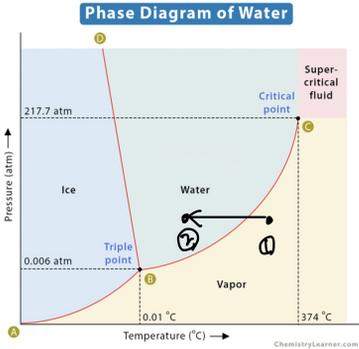
$$= \left[50.79 T + \frac{1.97}{2} \cdot 10^{-3} T^2 + 4.92 \times 10^6 T^{-1} - \frac{8.20}{2} \cdot 10^8 T^{-2} \text{ (J/K)} \right]_{298 \text{ K}}^{1273 \text{ K}} = 42747 \text{ J}$$

$$\Delta S = \int \frac{dq}{T} = \int \frac{dH}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{nC_p}{T} dT = \int_{298 \text{ K}}^{1273 \text{ K}} 1 \text{ (mol)} (50.79 \cdot T^{-1} + 1.97 \times 10^{-3} - 4.92 \times 10^6 T^{-3} + 8.20 \times 10^8 T^{-4}) \text{ (J/mol}\cdot\text{K)} dT$$

$$= 59.68 \text{ J/K}$$

$$\therefore \Delta H = 42747 \text{ J} \quad \Delta S = 59.68 \text{ J/K}$$

5. 늦가을 자동차를 운전하면 유리창에 김 서림이 문제가 된다. 자동차 유리창에 김이 서리는 이유를 H₂O의 PT diagram을 이용하여 과학적으로 설명하시오. 이를 제거하기 위해 냉난방 장치를 이용할 경우 창 쪽으로 더운 공기가 나오게 하는 것이 현명한 가, 아니면 에어컨 바람이 나오게 하는 것이 현명한 가? 근거를 대고 설명하시오.

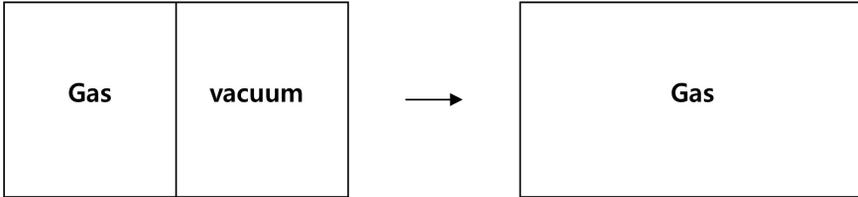


자동차 밖의 온도가 자동차 안보다 낮다. 자동차의 창문이 밖의 온도에 의해 온도가 낮아진다. 만약 압력은 동일한데 자동차 창문의 온도가 낮아지면서 자동차 안의 수증기가 응결한다 (①→②) 그렇게 김서림이 생긴다.

더운공기를 나오게 하면 일시적으로 ①→①로 가게 해서 김서림을 방지할 수도 있으나, 시간이 지나면 다시 자동차 안쪽의 온도 차이로 김서림이 발생한다.

에어컨 바람이 나오게 하는 게 현명하다. 에어컨 바람이 나오면 실내 온도가 낮아져 외부와의 온도 차도 줄일 수 있고, 습도도 낮추어 김서림을 막을 수 있다.

6. 왼쪽 그림과 같이 한쪽 box에 갇혀있던 ideal gas 입자들은 칸막이를 제거할 경우 진공 영역으로 퍼져 나가 통합된 전체 box 내에서 균일하게 분포를 하게 된다. 각 gas 입자들은 칸막이가 제거된 순간 옆에 빈 공간이 있으며 그리로 퍼져 나가야 할 운명이라는 것을 미리 알고 있었을까? (퍼져 나가야 할 어떤 force 같은 것을 느끼게 되는 걸까?) 이 문제에 대한 견해를 밝히시오.



퍼져나가야 할 운명이라는 것을 미리 알지 못한다.

ideal gas는 한쪽 box에 있을 때에도 계속해서 운동한다. 원래라면 칸막이에 부딪히고 다시 다른 방향으로 운동하던 입자들이 칸막이가 제거되면 그대로 가던 방향으로 운동한다.

확률을 계산해보았을 때 균일하게 퍼져있을 확률이 가장 크다. 그렇기에 ideal gas가 칸막이를 제거한 후에 어떤 force에 의해 퍼질거리보다 칸막이가 없으니 아무런 방해없이 이동하게 된 것이다. 그렇게 계속해서 이동하다가 가장 존재할 확률이 높은 상태인 균일한 상태로 존재할 것이다 (엔트로피 증가 방향)

7. "Microscopically reversible, macroscopically irreversible"이라는 표현이 전달하고자 하는 의미가 무엇인지 각자 이해한 대로 의미를 설명하십시오.

microscopically reversible 하면서 macroscopically irreversible 한 상황은
미시적인 관점에서는 되돌릴 수 있지만 대규모적 관점에서는 되돌릴 수 없는 상황을 말한다.

즉, 입자 간의 충돌이나 상호작용, 운동은 가역적이지만 시스템의 전체적인 특성은 되돌릴 수 없다는 것이다. 전체적으로 엔트로피가 증가하는 방향으로 진행되기에 역방향이 진행되기 어렵다

그 예로는 확산이 있다. 미시적인 관점에서는 분자 수준의 움직임은 시간이 지나도 반대방향으로 다시 갈 수 있다. 하지만 대규모적인 관점에서는 역방향으로 진행되기 어렵다. 이미 엔트로피 증가 법칙에 의해 균일하게 퍼진(분포된) 분자들이 균일하게 분포하지 않던 원래 상태로 돌아갈 수 없다. 엔트로피가 항상 증가하는 방향으로 진행되기 때문이다.