2.1 An monatomic ideal gas at 300 K has a volume of 15 liters at a pressure of 15 atm. Calculate

a. The final volume of the system
b. The work done by the system
c. The heat entering or leaving the system
d. The change in the internal energy
e. The change in the enthalpy when the gas undergoes
   i. A reversible isothermal expansion to a pressure of 10 atm
   ii. A reversible adiabatic expansion to a pressure of 10 atm

The constant-volume molar heat capacity of the gas, c_v, has the value 1.5 R.

$T_1 = 300K$, $V_1 = 15L$, $P_1 = 15$ atm

i) 등온, $P_2 = 10atm$ / ii) 단열, $P_2 = 10atm$.

a. i) 등온 과정으로 $P_1V_1 = P_2V_2$, $V_2 = \frac{P_1V_1}{P_2} = \frac{15atm \times 15L}{10\ atm} = 22.5L$

ii) 단열 과정으로 $P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$, $C_v = 1.5R$ 이면 $C_p = 2.5R$ 이고 $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$

$\therefore\ V_2 = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} V_1 = \left(\frac{15\ atm}{10\ atm}\right)^{\frac{3}{5}} \times 15L = 19.13L$

b. i) 등온 과정의 일은 $W = \oint PdV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV = nRT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = P_1V_1\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 15atm \times 15L \times \ln\left(\frac{22.5L}{15L}\right) \times \frac{101.325\ J}{1\ atm\cdot L} = 9244J$

ii) 단열 과정의 일은 $W = -U = -nC_v\Delta T = -\frac{3}{2}nR\Delta T = -\frac{3}{2}\Delta(PV) = -\frac{3}{2}(10atm \times 19.13L - 15atm \times 15L) \times \frac{101.325J}{1atm\cdot L} = 5122J$

c. i) 등온이므로 $U=0$ $\therefore Q = W = 9244J$ $\therefore$ 9244J 의 열이 들어간다.

ii) 단열이므로 0J 이다.

d. i) 등온이므로 $U=0$

ii) 단열이므로 $Q=0$, $U = -W = -5122J$

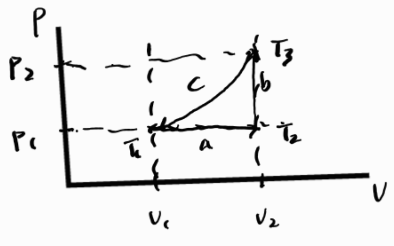
e i) 등온이므로 $\Delta H = nC_p\Delta T = 0$

ii) $\Delta H = nC_p\Delta T = \frac{5}{2}nR\Delta T = \frac{5}{2}\Delta(PV) = \frac{5}{2}(10atm \cdot 19.13L - 15atm \cdot 15L) \times \frac{101.325J}{1atm\cdot L} = 8537J$

2.2 One mole of a monatomic ideal gas, in the initial state $T = 273$ K, $P = 1$ atm, is subjected to the following three processes, each of which is conducted reversibly:

a. A doubling of its volume at constant pressure,
b. Then a doubling of its pressure at constant volume,
c. Then a return to the initial state along the path $P = 6.643 \times 10^{-4}V^2 + 0.6667$.

Calculate the heat and work effects which occur during each of the three



$P_1 = 1atm$, $T_1 = 273K$ $n=1$, $V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = \frac{1mol \times 0.082 \frac{atm\cdot L}{mol\cdot K} \times 273K}{1atm} = 22.4L$, $V_2 = 2V_1 = 44.8L$.

a. $V_2 = 2V_1$ 이며 등압과정이 므로 $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ 에서 $T_2 = 2T_1$

$W_a = P\Delta V = nR\Delta T = 1mol \times 8.3144\ J/mol\cdot K \times (546K - 273K) = 2270.J$

$Q_a = nC_p\Delta T = \frac{5}{2}nR\Delta T = \frac{5}{2}W_a = 5674.J$

b. 등적과정으로 $W_b = \oint PdV = 0$ // $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_3V_3}{T_3}$ 에서 $T_3 = 4T_1 = 1092K$

$Q_b = nC_v\Delta T = 1molx \frac{3}{2} \times 8.3144\ J/mol\cdot K \times (1092K - 546K)$

$= 6809J$

c. $W_c = \oint PdV = \int_{V_2}^{V_1} 6.643 \times 10^{-4}V^2 + 0.6667\ dV$

$= 6.643 \times 10^{-4} \times \frac{1}{3}(V_1^3 - V_2^3) + 0.6667(V_1 - V_2)$

$= -17.421$ $-14.934 = -32.355\ atm\cdot L \times \frac{101.325J}{1atm\cdot L}$

$= -3278J$

$U_c = nC_v\Delta T = 1mol \times \frac{3}{2} \times 8.314(J/mol\cdot K) \times (273K - 1092K) = -10214J$

$Q_c = U_c + W_c = -13492J$

$Q_{tot} = -1008J$

$W_{tot} = -1008J$

3.1 The initial state of 1 mole of a monatomic ideal gas is $P = 10$ atm and $T = 300$ K. Calculate the change in the entropy of the gas for

a. An isothermal decrease in the pressure to 5 atm

b. A reversible adiabatic expansion to a pressure of 5 atm

c. A constant-volume decrease in the pressure to 5 atm

$P_1 = 10$ atm. $T_1 = 300$K. $n = 1$ mol. 단원자 기체이므로 $C_v = \frac{3}{2}R$ $C_p = \frac{5}{2}R$.

a. 등온과정으로 $dQ = dW = PdV = TdS$

$dS = \frac{nR}{V} dV$

$\therefore \Delta S = nR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

등온과정이므로 $P_1V_1 = P_2V_2$ 에서 $\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{10\,atm}{5\,atm} = 2.$

$\therefore \Delta S = 1\,mol \times 8.3144\,J/mol\cdot K \times \ln 2$

$= 5.7631\,J/K$

---

b. 단열과정으로 $\Delta q = 0$ 이므로 $\Delta S = 0.$

c. 등적과정이며 $P_2 = 5$ atm 이므로 $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$ 에서 $T_2 = \frac{1}{2}T_1 = 150$K

$dQ = nC_v dT = TdS$

$\frac{nC_v}{T} dT = dS$

$\therefore \Delta S = nC_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 1\,mol \times \frac{3}{2} \cdot 8.3144\,J/mol\cdot K \times \ln\left(\frac{150K}{300K}\right) = -8.6447\,J/K.$

the expansion was conducted.

3.4 Calculate the change in the enthalpy and the change in entropy when 1 mole of SiC is heated from 25°C to 1000°C. The constant-pressure molar heat capacity of SiC varies with temperature as

$$c_p = 50.79 + 1.97 \times 10^{-3}T - 4.92 \times 10^6 T^{-2} + 8.20 \times 10^8 T^{-3} \text{ J/mole}\cdot\text{K}$$

$T_1 = 298$K, $T_2 = 1273$K $n = 1$ mol.

$dH = nC_p dT \Rightarrow \Delta H = 1\,mol \times \int_{T_1}^{T_2} (50.79 + 1.97 \times 10^{-3}T - 4.92 \times 10^6 T^{-2} + 8.20 \times 10^8 T^{-3}\ J/mol\cdot K)\, dT$

$= 50.79(T_2 - T_1) + 1.97 \times 10^{-3} \cdot \frac{1}{2}(T_2^2 - T_1^2) - 4.92 \times 10^6 \times (-1)\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) + 8.20 \times 10^8 \times \left(-\frac{1}{2}\right)(T_2^{-2} - T_1^{-2})$ J

$= 49520.25 + 1508.75 - 12645.18 + 4363.91$ J

$= 42750$ J

$dQ = nC_p dT = TdS$

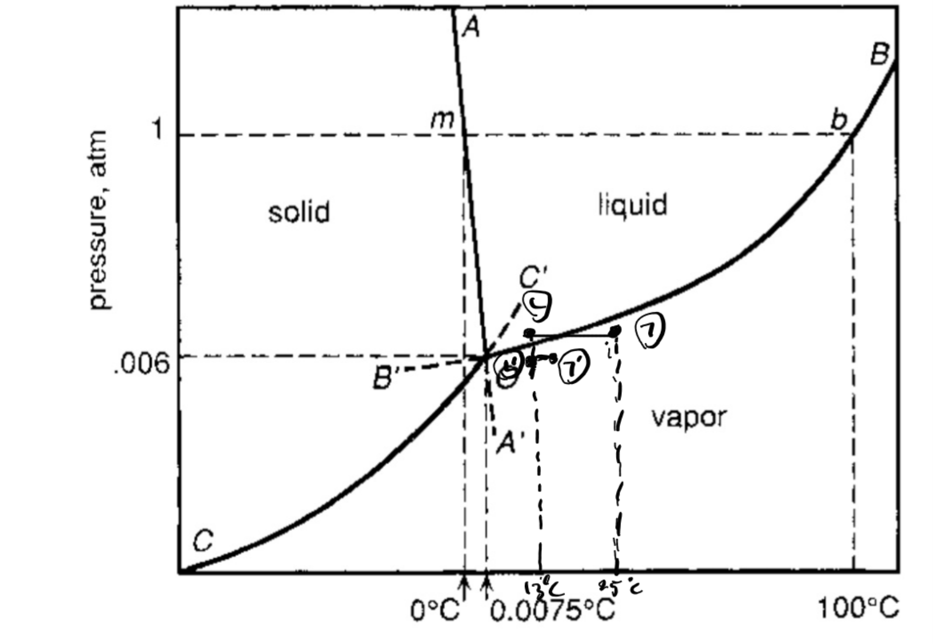
$dS = \frac{nC_p}{T} dT$

$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} 50.79 \cdot T^{-1} + 1.97 \times 10^{-3} - 4.92 \times 10^6 T^{-3} + 8.20 \times 10^8 T^{-4}\, dT$ J/K

$= 50.79 \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + 1.97 \times 10^{-3}(T_2 - T_1) + 4.92 \times 10^6 \times \frac{1}{2} \times (T_2^{-2} - T_1^{-2}) - 8.20 \times 10^8 \times \frac{1}{3}(T_2^{-3} - T_1^{-3})$ J/K

$= 73.744 + 1.921 - 26.183 + 10.196$ J/K $= 59.7$ J/K.

5. 늦가을 자동차를 운전하면 유리창에 김 서림이 문제가 된다. 자동차 유리창에 김이 서리는 이유를 H_2O의 PT diagram을 이용하여 과학적으로 설명하시오. 이를 제거하기 위해 냉난방 장치를 이용할 경우 창 쪽으로 더운 공기가 나오게 하는 것이 현명한 가, 아니면 에어컨 바람이 나오게 하는 것이 현명한 가? 근거를 대고 설명하시오.



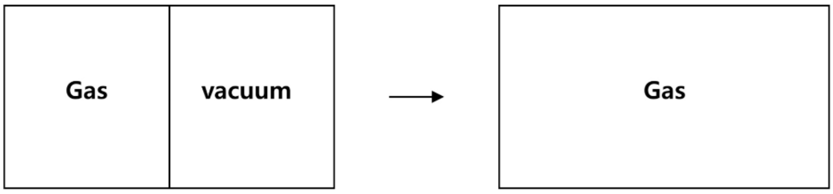
김서림은 공기중의 수증기가 창문 표면에 응결되는 현상이다. 작은 물방울들이 빛을 산란시켜 앞을 제대로 볼 수 없어 사고가 방생하곤 한다. 특히 이런 사고는 일교차가 큰 늦가을에 많이 발생한다. 낮동안은 기온이 비교적 높기 때문에 저녁에 비해 수증기량도 많으며 차량 내부에 사람이 타고 있을 경우 내부 수증기량은 더욱 높아진다. 차량 내부를 섭씨 25도 정도라고 한다면 위의 상평형도에서 ㄱ의 상태라고 할 수 있다. 안정한 평형상태가 수증기이므로 문제가 발생하지 않는다. 하지만 저녁이 되어 급격하게 기온이 떨어져 섭씨 13도 정도가 되었다고 하자. 창문은 빠르게 외부 온도와 같아진다. ㄱ상태의 공기가 창문에 닿아 냉각되면 ㄴ의 상태가 된다. 따라서 물이 안정한 평형상이 되어 창문에 물방울이 맺히게 되는 것이다. 즉, 일교차에 의해 상대습도가 100%가 되어 물방울이 맺히게 된다.

이런 경우 내부 공기가 접촉하는 창문의 온도는 바꾸기 어렵기 때문에 근본적으로 김을 방지하기 위해서는 차량 내부의 수증기압(H2O의 분압)을 낮추어야 한다.

히터를 사용하면 처음에는 물방울을 증발시켜 김이 잠깐 줄어들 수 있지만 여전히 내부의 습도는 높기 때문에 이 공기가 창문에 닿으면 김이 서리게 된다.

따라서 에어컨을 틀어주어야 하는데 창문쪽으로 차가운 외부 공기를 유입 시킬 경우 창문 주위 공기의 온도가 내려간다. 이 창문 주위의 공기는 비교적 온도도 낮고 수증기압이 작기 때문에(외부의 습도가 100%는 아닐 것이다.) ㄱ'의 상태에 있다고 볼 수 있다. 이 공기가 창문에 닿아 ㄴ'이 되더라도 수증기가 안정한 상이기 때문에 김이 서리지 않는다.

6. 왼쪽 그림과 같이 한쪽 box에 갇혀있던 ideal gas 입자들은 칸막이를 제거할 경우 진공 영역으로 퍼져 나가 통합된 전체 box 내에서 균일하게 분포를 하게 된다. 각 gas 입자들은 칸막이가 제거된 순간 옆에 빈 공간이 있으며 그리로 퍼져 나가야 할 운명이라는 것을 미리 알고 있었을까? (퍼져 나가야 할 어떤 force 같은 것을 느끼게 되는 걸까?) 이 문제에 대한 견해를 밝히시오.



기체가 이동하는 것은 거시적으로 볼 때 압력의 차이에 의한 것이라고 볼 수 있어 압력에 의한 힘이 작용하고 있다고 생각할 수 있다. 하지만 미시적 관점에서 볼 때, 압력은 분자운동의 결과로 형성되는 것이다. 기체 분자와 용기의 벽면이 충돌하는 힘이 곧 거시적으로 압력의 형태가 된다. 이러한 분자운동은 무작위한 방향으로 이루어지므로 칸막이가 제거된 경우 그 방향으로 계속해서 분자가 뻗어 나갈 수 있어 결과적으로 빈 공간이 기체로 채워진다. 즉, 이상기체의 분자간에는 상호작용이 존재하지 않기 때문에 분자가 빈공간으로 이동하도록 직접적으로 가해지는 힘은 없으며 자유로운 분자운동에 의한 결과로 보인다.

7. "Microscopically reversible, macroscopically irreversible"이라는 표현이 전달하고자 하는 의미가 무엇일지 각자 이해한 대로 의미를 설명하시오.

한국어로 직역하면 "미시적 가역"이면서 "거시적 비가역"이다.
이 의미는 가장 안정한 상태를 향해 평형이 이동한 계는 외부에서의 일이 있지 않은 이상 자연적으로 원래상태로 돌아가지 않기 때문에 거시적인 비가역반응이라고 할 수 있다. 하지만 평형상태의 계를 microscopic한 관점에서 바라보면 분자 각각은 끊임없이 비가역적으로 이동하고 있다. 이상기체의 분자들은 서로 상호작용하지 않으며 분자들 각각은 충돌에 의한 가속도만 발생하여 자유롭게 운동하기 때문에reversible 한 변화라고 할 수 있다.
 정리하자면 평형을 향해 이동하는 계는 macroscopically irreversible 한 변화가 일어나지만 분자 하나에 대해 생각하는 microscopic 한 시각에서 바라보면 분자 각각이 충돌에 의한 물리법칙에 따라 움직이는 microscopically reversible한 변화가 일어난다는 것이다.