1.

3차원 이상기체 방정식 $PV = nRT$

↳ 2차원 이상기체 방정식 $\pi A = nRT$

π: 면적에 대한 압력 A: 면적

3차원 내부에너지 $U = NkT^2 \left(\frac{\partial \ln z}{\partial T}\right)_V$

2차원 내부에너지 $U = NkT^2 \left(\frac{\partial \ln z}{\partial T}\right)_A$ ⇝ 면적

$$z = \sum_{\text{state}} e^{-\varepsilon_i / kT} \qquad \varepsilon_i = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2}\right)$$

$$= \sum e^{-(h^2/8mkT)(n_x^2/a^2)} \sum e^{-(h^2/8mkT)(n_y^2/b^2)}$$

$$= \int_0^\infty e^{-(h^2/8mkT)(n_x^2/a^2)} dn_x \int_0^\infty e^{-(h^2/8mkT)(n_y^2/b^2)} dn_y$$

↳ $\int_0^\infty e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$

$$= \left(\frac{a}{2}\sqrt{\frac{8\pi mkT}{h^2}}\right)\left(\frac{b}{2}\sqrt{\frac{8\pi mkT}{h^2}}\right) = \frac{2ab\,\pi mkT}{h^2} = \frac{2A\,\pi mkT}{h^2}$$

$$U = NkT^2 \left(\frac{\partial \ln z}{\partial T}\right) = NkT^2 \cdot \frac{1}{T} = NkT$$

2.

$$Z = \sum_{\text{state}} e^{-\frac{\varepsilon_i}{kT}}$$

N <
- vacancy 있음 $E = \Delta H_v$
- vacancy X $E = 0$

$$Z = \sum_{\text{state}} e^{-\frac{\varepsilon_i}{kT}} = 1 + e^{-\frac{\Delta H_v}{kT}}$$

$$\frac{n_v}{N} = \frac{e^{-\frac{\Delta H_v}{kT}}}{Z} = \frac{e^{-\frac{\Delta H_v}{kT}}}{1 + e^{-\frac{\Delta H_v}{kT}}}$$

$$= \frac{1}{1 + e^{\frac{\Delta H_v}{kT}}}$$

3.

많은 microstate 가 모여 macrostate를 만든다.

우리가 보고 측정하는 것은 거시적인 관점에서이고 실제로

그 속은 많은 미시적 상태의 합인 것이다.

이 때 미시적 관점에서는 반응이 reversible 할지도

몰라도 이를 다 합쳐 거시적 관점이 되었을 때는

반응이 irreversible 할 수도 있다는 것이

Microscopically reversible, macroscopically irreversible 의

뜻이다.

4.

A	B
1mol 1atm	1mol 1atm

(a)

계의 분자변화 X → $\Delta S_{thermal} = 0$

$\Delta S_{config} = k \ln \Omega \quad \Leftarrow \quad \Omega = \frac{2N!}{N!N!}$

$\ln \Omega = \ln\left(\frac{2N!}{2!2!}\right) = 2N\ln 2N - 2N - (N\ln N - N + N\ln N - N)$

$= 2N\ln 2N - 2N\ln N$

$= N\ln 4N^2 - N\ln N^2 = N\ln\frac{4N^2}{N^2}$

$= N\ln 4.$

$\Delta S_{config} = k\ln\Omega = kN\ln 4 = R\ln 4$

$\Delta S_{total} = \Delta S_{thermal} + \Delta S_{config} = 0 + R\ln 4 = R\ln 4$

(b)

A	B
2mol	1mol

$$\Delta S_{thermal} = nR\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

$$\Delta S_A = 2R\ln\left(\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}}\right) = 2R\ln\frac{4}{3}$$

$$\Delta S_B = R\ln\left(\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}\right) = R\ln\frac{2}{3}$$

$$\Delta S_{config} = k\ln\Omega$$

$$\ln\Omega = \ln\left(\frac{3N!}{2N!N!}\right) = 3N\ln 3N - 2N\ln 2N - N\ln N$$

$$= N\ln 27N^3 - N\ln 4N^2 - N\ln N = N\ln\frac{27N^3}{4N^2\cdot N}$$

$$= N\ln\frac{27}{4}$$

$$\Delta S_{config} = k\ln\Omega = k\cdot N\ln\frac{27}{4} = R\ln\frac{27}{4}$$

$$\Delta S_{total} = R\ln\frac{16}{9} + R\ln\frac{2}{3} + R\ln\frac{27}{4}$$

$$= R\ln 8$$

(c) − (a)

A	A
1mol 1atm	1mol 1atm

서로 다른 기체 섞임 X → $\Delta S_{config} = 0$

기체 온도 변화 0 → $\Delta S_{thermal} = 0$

$$\Delta S_{total} = \Delta S_{thermal} + \Delta S_{config} = 0$$

(c) - (b)

A_1	A_2
2mol	1mol

서로 다른 기체 섞임 X → $\Delta S_{config} = 0$

$$\Delta S_{thermal} = nR\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

$$\Delta S_{thermal\ A1} = 2R\ln\left(\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}}\right) = 2R\ln\frac{4}{3}$$

$$\Delta S_{thermal\ A2} = 1R\ln\left(\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}\right) = R\ln\frac{2}{3}$$

$$\Delta S_{total} = \Delta S_{thermal\ A_1} + \Delta S_{thermal\ A_2} + \Delta S_{config}$$

$$= 2R\ln\frac{4}{3} + R\ln\frac{2}{3} = R\ln\frac{32}{27}$$