

2.1 An monatomic ideal gas at 300 K has a volume of 15 liters at a pressure of 15 atm. Calculate

- The final volume of the system
- The work done by the system
- The heat entering or leaving the system
- The change in the internal energy
- The change in the enthalpy when the gas undergoes
 - A reversible isothermal expansion to a pressure of 10 atm
 - A reversible adiabatic expansion to a pressure of 10 atm

The constant-volume molar heat capacity of the gas, c_v , has the value $1.5 R$.

(1)

$$(a) \quad PV = nRT \Rightarrow 15 \cdot 15 = n \cdot R \cdot 300 \quad n = \frac{15 \times 15}{300 \times 0.082} = 9.15 \text{ mol}$$

기체가 등온 팽창하므로 $P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad 15 \cdot 15 = 10 \cdot x \quad \underline{\underline{V_2 = 22.5 \text{ L}}}$

(b) 등온과정에서 nRT 가 일정하므로 $P = \frac{nRT}{V} \Rightarrow \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

$$\Rightarrow 9.15 \cdot 8.314 \times 300 \times \ln\left(\frac{22.5}{15}\right) = 9253 \text{ J}$$

(c) 등온과정에서 $\Delta U = 0 \Rightarrow q - w = 0 \quad w = q, \quad q = 9253 \text{ J}$

(d) $\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = c_v \Delta T = 0$

(e) $\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta H = c_p \Delta T = 0$

(2)

단열과정에서 $q = 0 \Rightarrow dU = -\delta W \Rightarrow c_v dT = -P dV$

1몰을 가정할때 $PV = RT \Rightarrow P = \frac{RT}{V} \Rightarrow c_v dT = \frac{RT}{V} \cdot dV \Rightarrow c_v \frac{1}{T} \cdot dT = -R \frac{1}{V} \cdot dV$

$$\Rightarrow -c_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \Rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{c_v} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^R \quad T_1 = P_1 V_1 \Rightarrow \left(\frac{P_1 V_1}{P_2 V_2}\right) = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{R}{c_v}}, \quad \frac{c_p}{c_v} = \gamma$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma \quad \text{이때 } \gamma = \frac{5}{2} / \frac{3}{2} = \frac{5}{3}, \quad n = 9.15 \text{ mol},$$

(a) $\frac{15}{10} = \left(\frac{V_2}{15}\right)^{\frac{5}{3}} \Rightarrow V_2 = 19.13 \text{ L}$

(b) $w = -V = -n c_v (T_2 - T_1), \quad PV = nRT \Rightarrow 10 \cdot 19.13 = 9.15 \cdot 0.082 \cdot T_2 \Rightarrow T_2 = 255 \text{ K}$

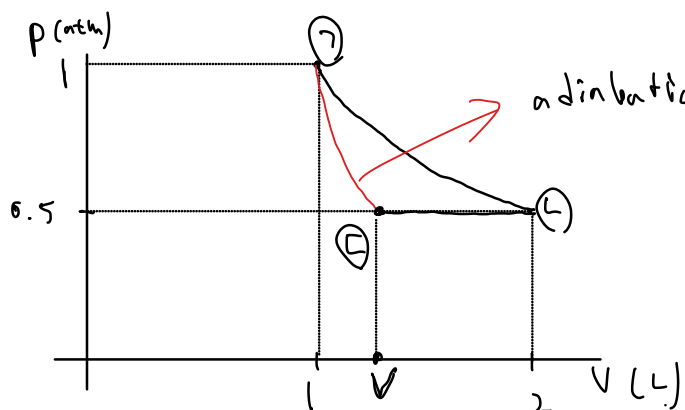
$$w = -9.15 \cdot \frac{3}{2} R (255 - 300) = \underline{\underline{5135 \text{ J}}}$$

(c) 단열과정에서 $q = 0$

(d) $\Delta U = -w \Rightarrow \Delta U = -5135 \text{ J}$

(e) $\Delta H = n C_p \Delta T \Rightarrow 9.15 \cdot \frac{5}{2} \times 8.314 \cdot (255 - 300) = -8558 \text{ J}$

2.3 The initial state of a quantity of monatomic ideal gas is $P = 1 \text{ atm}$, $V = 1 \text{ liter}$, and $T = 373 \text{ K}$. The gas is isothermally expanded to a volume of 2 liters and is then cooled at constant pressure to the volume V . This volume is such that a reversible adiabatic compression to a pressure of 1 atm returns the system to its initial state. All of the changes of state are conducted reversibly. Calculate the value of V and the total work done on or by the gas.



adiabatic $\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma$ 일정한 비열에서 $\gamma = \frac{5}{3}$

$\frac{0.5}{1} = \left(\frac{1}{V} \right)^{\frac{5}{3}} \Rightarrow \underline{\underline{V = 1.516 \text{ L}}}$

(1) 몰 수 $n = \frac{PV}{RT} = \frac{1 \cdot 1}{0.082 \times 373} = 0.0327 \text{ mol}$

(1) $\rightarrow$ (2) : $w = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = 0.0327 \times 8.314 \times 373 \cdot \ln \frac{2}{1} = 70.29 \text{ J}$

(2) $\rightarrow$ (3) : $P \cdot dV = 0.5 (1.516 - 2) = -0.242 \text{ atm} \cdot \text{L} = -24.51 \text{ J}$

(3) $\rightarrow$ (1) : $w = -\Delta U = -nC_v \Delta T = -\frac{3}{2} nR (373 - T_2)$, $T_2 = \frac{PV}{nR} = \frac{0.5 \times 1.516}{0.082 \cdot 0.0327} = 283 \text{ K}$

$w = -\frac{3}{2} \cdot 0.0327 \cdot 8.314 \cdot (373 - 283) = -36.70 \text{ J}$

$\Rightarrow \Sigma w = 70.29 - 24.51 - 36.7 = 9.08 \text{ J}$

work done on or by gas

2.5 One mole of N_2 gas is contained at 273 K and a pressure of 1 atm. The addition of 3000 J of heat to the gas at constant pressure causes 832 J of work to be done during the expansion. Calculate

- The final state of the gas
- The values of ΔU and ΔH for the change of state
- The values of c_v and c_p for N_2

Assume that nitrogen behaves as an ideal gas, and that the change of state is conducted reversibly.

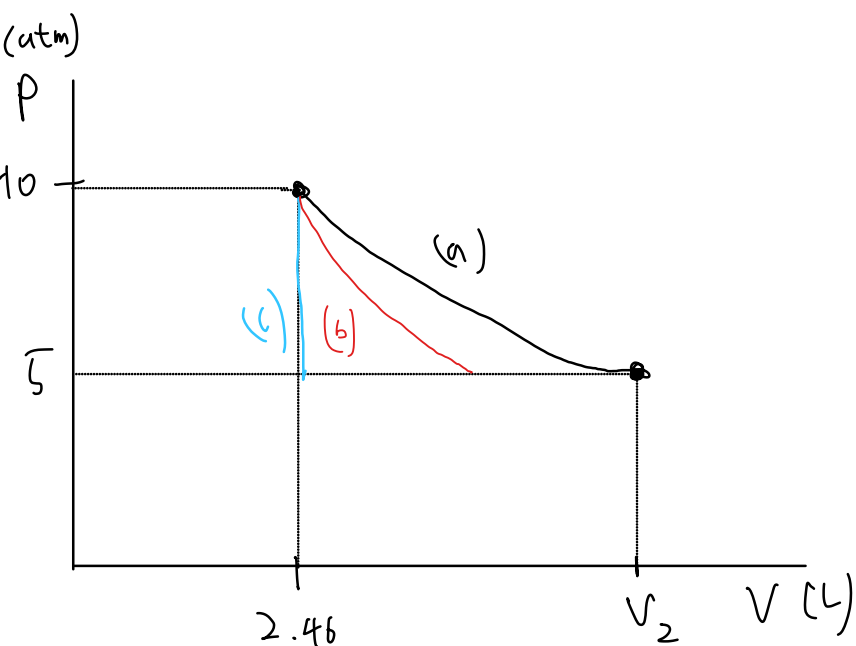
(a) constant pressure $\Rightarrow w = P\Delta V$, $\Delta U = n c_v T$, $\Delta U = q - w$, $1 \cdot V_1 = 1 \cdot 0.082 \cdot 273 \Rightarrow V_1 = 22.39 \text{ L}$
 $\Rightarrow P\Delta V = 832 \text{ J} \Rightarrow \Delta V = \frac{832}{101.325} = 8.12 \text{ L}$, $PV = nRT$ $\Rightarrow 1 \cdot (22.39 + 8.12) = 1 \cdot 0.082 \cdot T_2$, $T_2 = 372 \text{ K}$
 $\Rightarrow$ final state of gas: $V = 30.51 \text{ L}$, $P = 1 \text{ atm}$, $T = 372 \text{ K}$

(b), (c) $\Delta U = q - w \Rightarrow 3000 - 832 = 2168 \text{ J}$, $\Delta U = n c_v \Delta T \Rightarrow c_v = \frac{2168}{1 \cdot 0.082} = 21.9 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$
 등압과정에서 $q_p = \Delta H \Rightarrow \Delta H = 3000 \text{ J}$, $c_p = \frac{3000}{1 \cdot 0.082} = 30.3 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$

3.1 The initial state of 1 mole of a monatomic ideal gas is $P = 10 \text{ atm}$ and $T = 300 \text{ K}$. Calculate the change in the entropy of the gas for

- An isothermal decrease in the pressure to 5 atm
- A reversible adiabatic expansion to a pressure of 5 atm
- A constant-volume decrease in the pressure to 5 atm

initial V $PV = nRT \Rightarrow 10 \cdot V = 1 \cdot 0.082 \cdot 300 \Rightarrow V = 2.46 \text{ L}$



(a) $V_2 \Rightarrow P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{10}{5} \cdot 2.46 = 4.92 \text{ L}$

$q = w = RT \ln \frac{V_2}{V_1}$

$\Delta S = \frac{q}{T} = R \ln \frac{V_2}{V_1} = 8.314 \times \ln 2 = 5.763 \text{ J/K}$

(b) adiabatic $\Rightarrow q = 0$, $\Rightarrow \Delta S = 0$

(c) $q = n c_v \Delta T$, $c_v = \frac{3}{2} R$, $5 \cdot 2.46 = 1 \cdot 0.082 \cdot T_2$

$T_2 = 150 \text{ K}$

$\Delta S = \frac{q}{T} = \frac{c_v \Delta T}{T} \Rightarrow \frac{3}{2} R \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = -\frac{3}{2} R \ln 2$

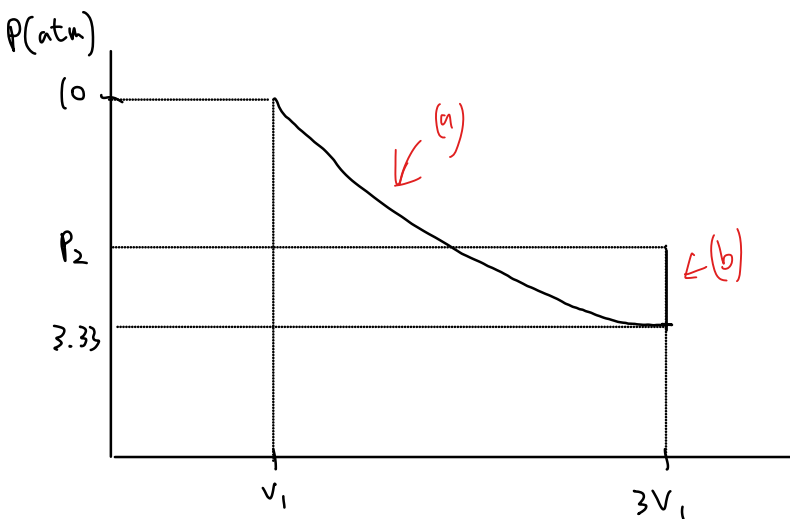
$= -8.644 \text{ J/K}$

3.2 One mole of a monatomic ideal gas is subjected to the following sequence of steps:

- Starting at 300 K and 10 atm, the gas expands freely into a vacuum to triple its volume.
- The gas is next heated reversibly to 400 K at constant volume.
- The gas is reversibly expanded at constant temperature until its volume is again tripled.
- The gas is finally reversibly cooled to 300 K at constant pressure.

Calculate the values of q and w and the changes in U , H , and S .

$$T_1 = 300 \text{ K}, p = 10 \text{ atm}, n = 1 \Rightarrow 10 V_1 = 1 \cdot 0.082 \cdot 300 \Rightarrow V_1 = 2.46 \text{ L}$$



$$(a) \text{ 자유 팽창 } q = w = \Delta U = \Delta H = 0$$

$$\Delta S = R \ln \frac{3V_1}{V_1} = 8.314 \times \ln 3 = 9.134 \text{ J/K}$$

$$(b) P_2 \cdot 3V_1 = 1 \cdot R \cdot 400 \Rightarrow P_2 = \frac{0.082 \cdot 400}{3 \cdot 2.46} = 4.44 \text{ atm}$$

$$q = C_V \Delta T = \frac{3}{2} R \cdot (400 - 300) = 1247 \text{ J}, w = 0$$

$$\Delta U = q = 1247 \text{ J}, \Delta H = C_P \Delta T = \frac{5}{2} R \Delta T$$

$$\frac{5}{2} \cdot 8.314 \cdot (400 - 300) = 2079 \text{ J}$$

$$\Delta S = \frac{3}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1} = 3.588 \text{ J/K}$$

$$(c) 3V_1 \rightarrow 9V_1 \text{ 으로 등온 팽창}, p = \frac{4.44}{3} = 1.481 \text{ atm}$$

$$q = w = nRT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = 1 \cdot 8.314 \cdot 400 \cdot \ln \frac{9}{3} = 3654 \text{ J}, \text{ 등온 과정 이므로 } \Delta U = \Delta H = 0$$

$$\Rightarrow \Delta S = \frac{q}{T} = \frac{3654}{400} = 9.134 \text{ J/K}$$

$$(d) \text{ 등압으로 (c)에서 } 300 \text{ K 까지 냉각}$$

$$\Rightarrow 1.481 \cdot V_2 = 1 \cdot R \cdot 300 \Rightarrow V_2 = \frac{0.082 \cdot 300}{1.481} = 16.61 \text{ L}, w = P \cdot \Delta V = 1.481 \cdot (16.61 - 9V_1)$$

$$= 1.481 \cdot (16.61 - 2.46 \times 9) = -8.190 \text{ atm} \cdot \text{L} = -832 \text{ J}$$

$$\Delta U = C_V \Delta T = \frac{3}{2} R \cdot (300 - 400) = -1247 \text{ J}, \Delta H = q = \frac{5}{2} R (300 - 400) = -2079 \text{ J}$$

$$\Delta S = \frac{C_V \cdot \Delta T}{T} = \frac{5}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{2} \cdot 8.314 \cdot \ln \frac{300}{400} = -5.979 \text{ J/K}$$

	ΔU	ΔH	w	q	ΔS
(a)	0	0	0	0	9.134 J/K
(b)	1247 J	2079 J	0	1247 J	3.588 J/K
(c)	0	0	3654 J	3654 J	9.134 J/K
(d)	-1247 J	-2079 J	-832 J	-2079 J	-5.979 J/K
계	0 J	0 J	2822 J	2822 J	16.237 J/K

3.3 One mole of a monatomic ideal gas undergoes a reversible expansion at constant pressure, during which the entropy of the gas increases by 14.41 J/K and the gas absorbs 6236 J of thermal energy. Calculate the initial and final temperatures of the gas. One mole of a second monatomic ideal gas undergoes a reversible isothermal expansion, during which it doubles its volume, performs 1729 J of work, and increases its entropy by 5.763 J/K. Calculate the temperature at which the expansion was conducted.

(a) $\Delta S = 14.41 \text{ J/K}$, $q = 6236 \text{ J}$, $n=1$, 등압 과정에서 $\Delta S = \frac{q}{T} = \frac{C_p \Delta T}{T} = \frac{5}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1}$

$q = n C_v \Delta T = 1 \cdot \frac{5}{2} R \cdot \Delta T = 6236 \Rightarrow \Delta T = 300 \text{ K} \Rightarrow T_2 - T_1 = 300 \text{ K}$

$\Rightarrow \frac{5}{2} R \cdot \ln \frac{T_1 + 300}{T_1} = 14.41 \text{ J/K} \Rightarrow \ln(1 + \frac{300}{T_1}) = 0.6933 \Rightarrow 1 + \frac{300}{T_1} = e^{0.6933} = 2$

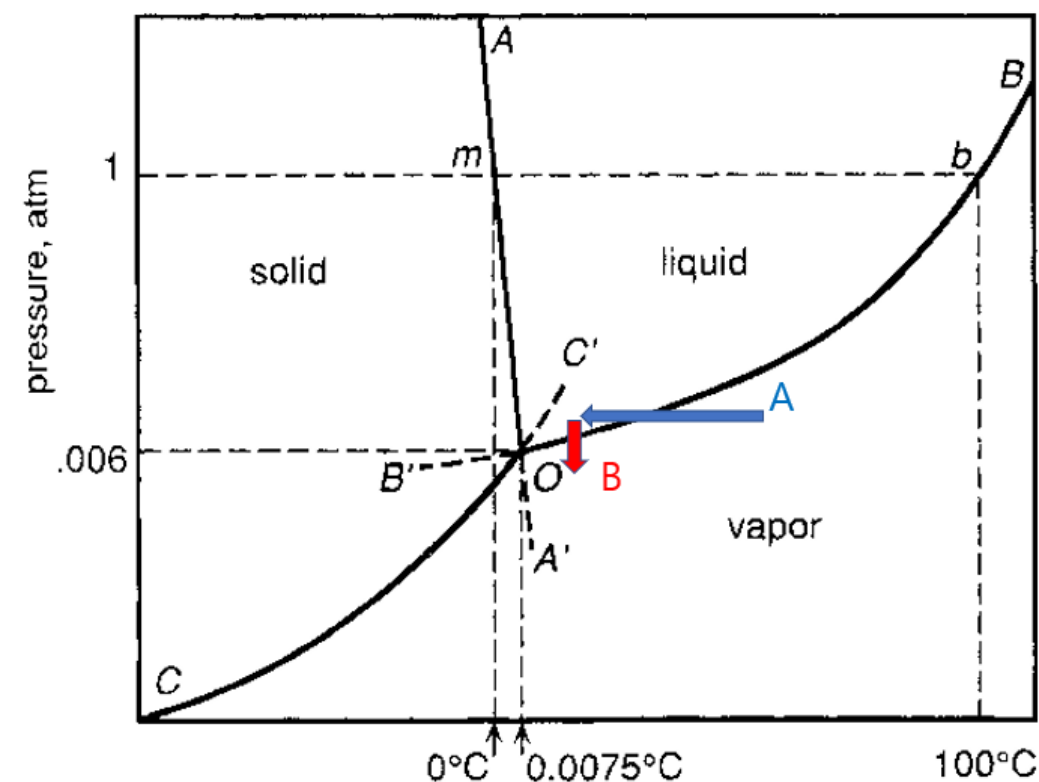
$\Rightarrow T_1 = 300 \text{ K}$, $T_2 = 600 \text{ K}$

(b) $w = 1729 \text{ J}$, $\Delta S = 5.763 \text{ J/K}$, isothermal에서 $w = q \Rightarrow q = 1729 \text{ J}$

$\Delta S = \frac{q}{T} = \frac{1729 \text{ J}}{T} = 5.763 \text{ J/K} \Rightarrow T = 300 \text{ K}$

7. 늦가을 자동차를 운전하면 유리창에 김 서림이 문제가 된다. 자동차 유리창에 김이 서리는 이유를 H₂O의 PT diagram을 이용하여 과학적으로 설명하시오.

이를 제거하기 위해 냉난방 장치를 이용할 경우 창 쪽으로 더운 공기가 나오게 하는 것이 현명한 가, 아니면 에어컨 바람이 나오게 하는 것이 현명한 가? 근거를 대고 설명하시오

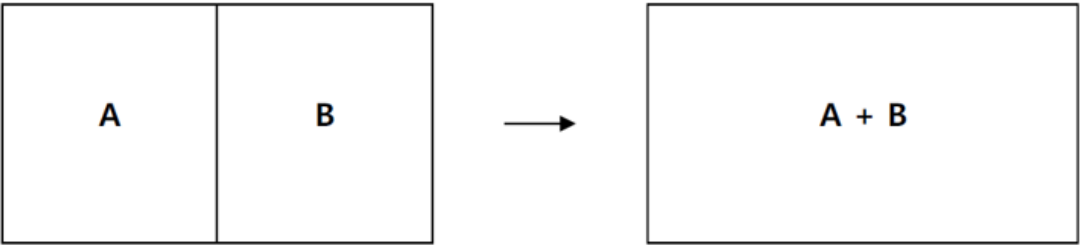


먼저 주어진 조건을 보았을 때 차내부의 온도에 비해 자동차 창문의 온도는 차가울 것이다.

A: 자동차 내부의 수증기는 창문에서 급격하게 온도가 낮아져 vapor에서 liquid로 변하여 창문에 김이 서리게 될 것이다. (파란색 화살표)

B: A과정에 의해 액체(김이 서린 상태)가 된 물들을 다시 수증기로 바꾸어 주어야 한다. 에어컨을 가동한다면 차량 내부의 다른 수증기들이 A반응과 비슷하게 액화되어 차량내부의 수증기압이 낮아지게 된다. 따라서 빨간색 화살표와 같이 수증기압이 낮아져 다시 창문에 서린 김이 수증기가 될 것이다.

8. 그림 왼쪽과 같이 분리되어 있던 두 종류의 gas 입자들은 칸막이를 제거할 경우 서로 섞여 균일한 혼합체를 이룬다. 각 gas 입자들은 자신들이 섞여 있어야 할 운명이라는 것을 미리 알고 있었을까? (서로 섞여야 한다는 어떤 force 같은 것을 느끼게 되는 걸까?) 이 문제에 대한 견해를 밝히시오.



두 종류의 기체 A,B가 각각 a개 b개 있다고 가정하자. 칸막이를 제거하기전에는 기체 A는 a개의 자리에 a개의 A 기체가 위치하고 있고 기체 B는 b개의 자리에 b개의 B기체가 위치하고 있다고 생각할 수 있다. 칸막이를 제거 했을때 기체가 배열되는 경우의 수는 $(a+b)!/(a!*b!)$ 이다. 이러한 경우들 중에 A기체와 B기체가 정확하게 구분되도록 혼합되지 않는 경우의 수는 2에 불과하며 균일하지 않게 혼합되는 경우의 수 역시 매우 작다. 반면에 A,B기체가 고르게 분포할 때가 가장 경우의 수 즉 확률이 높다. 이는 정규분포 곡선과 비슷한 형태를 지닐 것이고 A,B기체의 개수가 많을 수록 정규분포선이 고르게 분포할 확률이 높아지는 것을 확인할 수 있다. 즉 통계적으로 경우의 수가 많고 확률이 높은 두 기체가 균일한 혼합체를 만드는 방향으로 기체가 자연스럽게 움직일 것이고 이는 엔트로피가 증가하는 방향으로 움직인다고 해석할 수 있다. 이를 생각해보면 엔트로피가 변할 때 자유에너지라는 개념을 생각할 수 있고 에너지는 결국 힘 특히 확산에서는 구동력을 생각해 볼 수 있으므로 이러한 force와 관련이 있다고 생각 할 수 있다.

