HW1 임오중

2.1 An monatomic ideal gas at 300 K has a volume of 15 liters at a pressure of 15 atm. Calculate

a. The final volume of the system
b. The work done by the system
c. The heat entering or leaving the system
d. The change in the internal energy
e. The change in the enthalpy when the gas undergoes
   i. A reversible isothermal expansion to a pressure of 10 atm
   ii. A reversible adiabatic expansion to a pressure of 10 atm

The constant-volume molar heat capacity of the gas, c_v, has the value 1.5 R.

at initial state,

$T_1 = 300K$, $P_1 = 15atm$, $V_1 = 15L$.

$n = \frac{PV}{RT}$ → $n = 9.14$ mol.

let $P_2 = 10$

I. isothermal expansion → T = const.

(a) $P_1V_1 = P_2V_2$ → $V_2 = \frac{P_1V_1}{P_2} = 22.5$

(b) $\Delta T = 0$ → $\Delta U = 0$

∴ $q = w = \int_1^2 PdV = \int_1^2 \frac{nRT}{V} dV = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$

$= 9243.4$ J

(c) $q = w = 9243.8J$

(d) $\Delta T = 0$ → $\Delta U = 0$

(e) $\Delta T = 0$ → $\Delta H = 0$

II. adiabatic expansion → $q = 0$.

(a) $(P_1V_1^{\gamma}) = (P_3V_3^{\gamma})$ → $V_3 = \left(\frac{P_1V_1^{\gamma}}{P_3}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$, $\gamma = \frac{5}{3}$

$= 19.13L$

(b) $T = \frac{PV}{nR} = 255K$.

→ $w = -n C_v \Delta T$

$= -9.14 \times 1.5 \times (255 - 300) = 5130$

(c) $q = 0$, (adiabatic)

(d) $q = 0$ → $\Delta U = -w$ → $\Delta U = -5130$

e) $\Delta H = n C_p \Delta T$, $C_p = \frac{5}{2} \times 8.3144$

$= -8549$

2.3 The initial state of a quantity of monatomic ideal gas is $P = 1$ atm, $V = 1$ liter, and $T = 373$ K. The gas is isothermally expanded to a volume of 2 liters and is then cooled at constant pressure to the volume V. This volume is such that a reversible adiabatic compression to a pressure of 1 atm returns the system to its initial state. All of the changes of state are conducted reversibly. Calculate the value of V and the total work done on or by the gas.

let $P_1 = 1$, $V_1 = 1$, $T_1 = 373$ ... state 1

$n_1 = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = 0.0327$ mol.

isothermal ... state 2.

$V_2 = 2 = 2V_1$, T = const

$\rightarrow P_2 = \frac{1}{2} P_1 = \frac{1}{2}$ atm

const pressure ... state 3

$\gamma = \frac{5}{3}$.

$P_1 V_1^{\gamma} = P_3 V_3^{\gamma}$

$\rightarrow V_3 = 1.52$ L.

$T_3 = \frac{P_3 V_3}{nR} = 282$ K

$\therefore W_{1\to2} = \int_1^2 p\,dV = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = 70.3$ J

$W_{2\to3} = P\Delta V = -24.5$ J

$W_{3\to1} = -U = -nC_v \Delta T = 37.1$

$\therefore W_{total} = W_{1\to2} + W_{2\to3} + W_{3\to1}$

$= 8.7$ J

2.5 One mole of N_2 gas is contained at 273 K and a pressure of 1 atm. The addition of 3000 J of heat to the gas at constant pressure causes 832 J of work to be done during the expansion. Calculate

a. The final state of the gas

b. The values of ΔU and ΔH for the change of state

c. The values of c_v and c_p for N_2

Assume that nitrogen behaves as an ideal gas, and that the change of state is conducted reversibly.

(a) $P_1 = 1$, $T_1 = 273$, $n_1 = 1$

$\Rightarrow V_1 = 22.4\,L$ (0°C 1기압에서, 1몰 기체는 1L)

$W = P\Delta V = 832\,J$

$= 8.21\,atm \cdot L$

$\Rightarrow 1(V_2 - 22.4) = 8.21$

$\therefore V_2 = 30.61\,L.$

$\rightarrow T_2 = \frac{PV}{nR} = 373\,K.$

$\therefore P_1 = 8.21,\ P_2 = 30.61\,L,\ T_2 = 373\,K$

(b) $\Delta U = q - w = 2168\,J.$ $\quad \Delta H = q_p = 3000\,J$

(c) $T_2 - T_1 = 100 = \Delta T$ $\quad = C_p \Delta T$

$\therefore C_v \Delta T = 2168$ $\quad \therefore C_p = 30\,J/mol \cdot K$

$\rightarrow C_v = 21.68/mol \cdot K$

3.1 The initial state of 1 mole of a monatomic ideal gas is $P = 10$ atm and $T = 300$ K. Calculate the change in the entropy of the gas for

a. An isothermal decrease in the pressure to 5 atm

b. A reversible adiabatic expansion to a pressure of 5 atm

c. A constant-volume decrease in the pressure to 5 atm

let $P_1 = 10$ atm, $T_1 = 300$ K

$V_1 = nRT_1/P_1 = 2.462$

(a) $P_2 = 5 \rightarrow V_2 = \frac{P_1 V_1}{P_2} = 4.924$

isothermal → $\Delta T = 0$

$\therefore \Delta S = R \ln \frac{V_2}{V_1} = R \ln 2$

$= 5.76$ J/K

(b) adiabatic → $q = 0$

$\therefore \Delta S = \frac{q}{T} = 0$

(c) let $T_2 = 5$, $V = 2.462$

$\rightarrow T_2 = \frac{PV}{nR} = 150$ K

$\therefore \Delta S = n \cdot C_v \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$

$= -4.65$ J/K

3.2 One mole of a monatomic ideal gas is subjected to the following sequence of steps:

a. Starting at 300 K and 10 atm, the gas expands freely into a vacuum to triple its volume.

b. The gas is next heated reversibly to 400 K at constant volume.

c. The gas is reversibly expanded at constant temperature until its volume is again tripled.

d. The gas is finally reversibly cooled to 300 K at constant pressure.

Calculate the values of q and w and the changes in U, H, and S.

let $P_1 = 10$, $T_1 = 300\text{K}$, $n = 1$

$\rightarrow V_1 = \frac{nRT}{P} = 2.462\text{L}$.

(a) State $1 \rightarrow 2$

$T_2 = 300\text{K} = T_1$, $V_2 = 3V_1 = 7.386\text{L}$, $P_2 = \frac{1}{3}P_1 = 3.33$

$\Delta T = 0 \rightarrow \Delta U = \Delta H = 0$, $\Delta V = 0 \rightarrow W = 0 \rightarrow q = 0$

$\therefore \Delta S = R \ln \frac{V_2}{V_1} = 9.134\text{J/K}$

(b) State $2 \rightarrow 3$

$T_3 = 400$, $V_3 = V_2$, $P_3 = \frac{T_3 P_2}{T_2} = 4.44$

$\Delta V = 0 \rightarrow w = 0$.

$q = \Delta U = 1 \cdot C_V \Delta T = 1247\text{J}$

$\Delta H = 1 \cdot C_p \Delta T = 2079\text{J}$

$\Delta S = C_p \ln \frac{T_3}{T_2} = 3.588\text{ J/K}$

(c) State $3 \rightarrow 4$

$T_4 = 400 = T_3$, $V_4 = 3V_3 = 22.158$, $P_4 = \frac{P_3}{3} = 1.481$

$\Delta T = 0 \rightarrow \Delta U = \Delta H = 0$

$q = w = RT_4 \ln \frac{V_4}{V_3} = 3654\text{J}$

$\Delta S = \frac{q}{T} = 9.134\text{ J/K}$

(d) State $4 \rightarrow 5$ $T_5 = 300\text{K}$, $P_4 = P_5$, $V_5 = \frac{P_4 V_4}{P_5} = 16.623$

$\Delta U = 1 \cdot C_V \Delta T = -1247\text{J}$

$\Delta H = q_p = 1 \cdot C_p \Delta T = -2079\text{J}$

$W = q - \Delta U = -831\text{J}$

$\Delta S = C_p \ln \frac{T_5}{T_4} = -5.980\text{ J/K}$

$\Rightarrow$ Sum :

$\Delta U = 0$

$\Delta H = 0$

$w = 2823$

$q = 2823$

$\Delta S = 15.84$ //

3.3 One mole of a monatomic ideal gas undergoes a reversible expansion at constant pressure, during which the entropy of the gas increases by 14.41 J/K and the gas absorbs 6236 J of thermal energy. Calculate the initial and final temperatures of the gas. One mole of a second monatomic ideal gas undergoes a reversible isothermal expansion, during which it doubles its volume, performs 1729 J of work, and increases its entropy by 5.763 J/K. Calculate the temperature at which the expansion was conducted.

(a) constant pressure

$\Delta S = 14.41 = C_p \ln \frac{T_2}{T_1}$

$\rightarrow T_2 = 2T_1$

$q = 1 \cdot C_p \Delta T = 6236$

$\rightarrow \Delta T = 300$

$\Rightarrow T_1 = 300K, \quad T_2 = 600K$

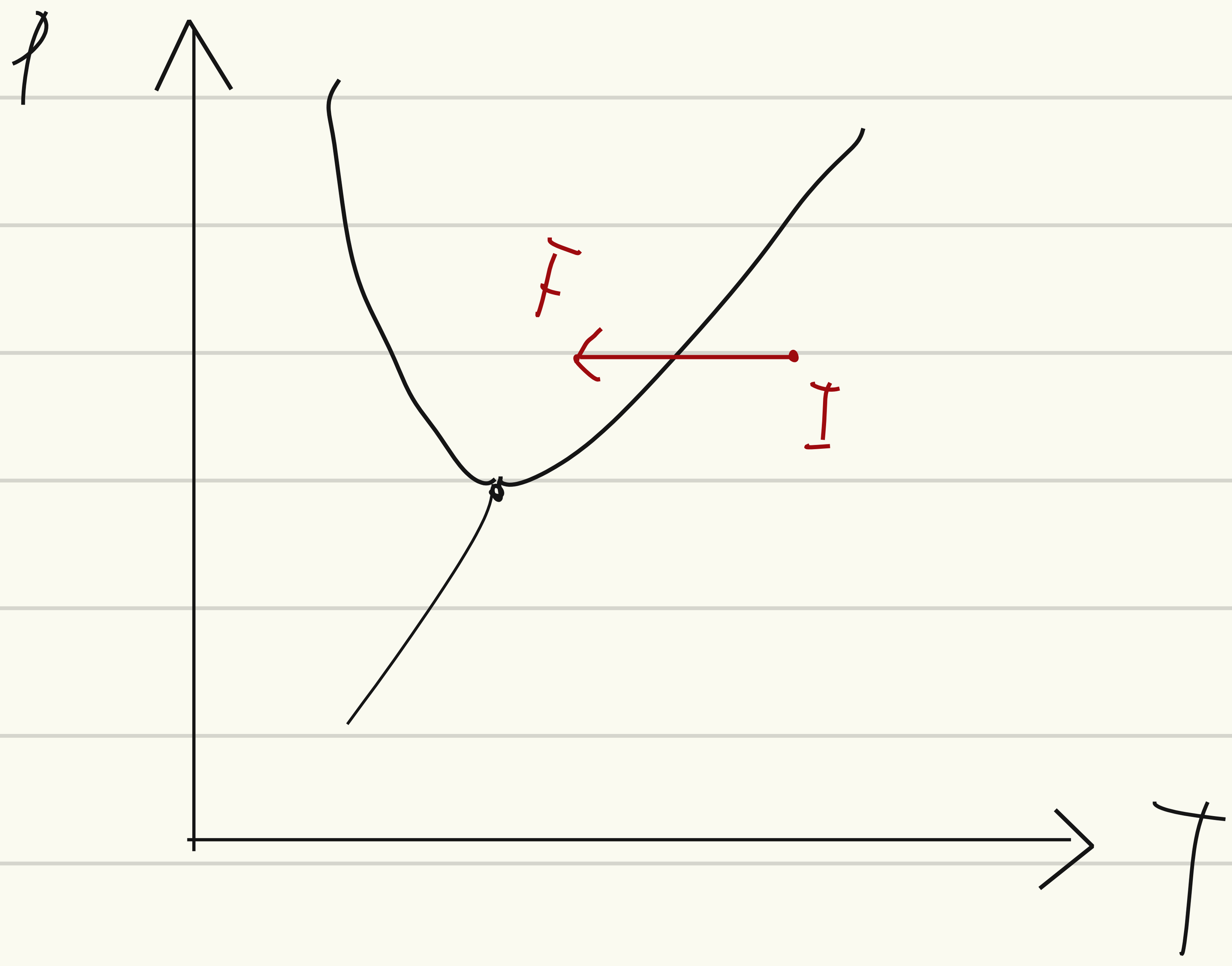
(b) isothermal expansion

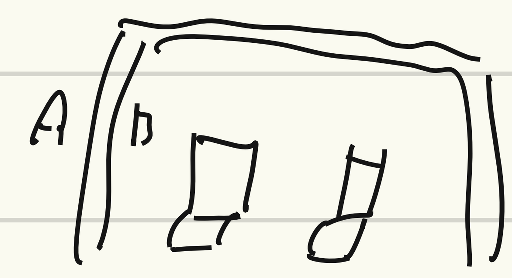
$\Delta T = 0 \rightarrow \Delta U = 0, \quad q = w = 1729J$

$\Delta S = \frac{q}{T} = 5.763$

$\Rightarrow T = 300K$

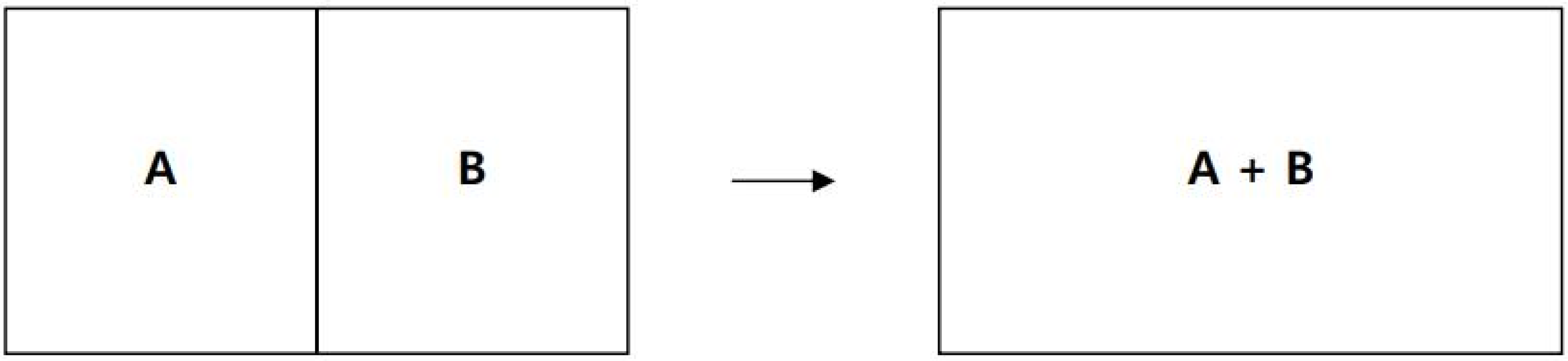
7. 늦가을 자동차를 운전하면 유리창에 김 서림이 문제가 된다. 자동차 유리창에 김이 서리는 이유를 H_2O의 PT diagram을 이용하여 과학적으로 설명하시오. 이를 제거하기 위해 냉난방 장치를 이용할 경우 창 쪽으로 더운 공기가 나오게 하는 것이 현명한 가, 아니면 에어컨 바람이 나오게 하는 것이 현명한 가? 근거를 대고 설명하시오.





P-T diagram에 따르면 H_2O의 state는 Pressure와 Temperature에 의해서 결정된다.
우리 차는 내부·외부의 압력차이는 무시할 만큼 수준이기에 (내·외부 공기 순환이 가능하니) 압력에 의한 요인은 배제한다.
따라서 유일하게 온도 변화가 상 변태에 영향을 줄 것이다.
특히 계절적 상황을 고려하면 차 내부의 온도가 더 높을 것이다.
이를 종합하여, 온도가 높아 수증기가 더 많은 B에서 액화가 I → F 방향으로 진행됨을 알 수 있다.
그리고 그 요인은 차가운 유리창과 접하면서 급격하게 포화 수증기가 차가워 발생하기 때문이다.
따라서 그 급격한 차이를 줄이기 위해서는 외부 내부의 에어컨을 틀어 온도를 낮춰야 한다.
⊕ 에어컨은 제습기능도 있다.

8. 그림 왼쪽과 같이 분리되어 있던 두 종류의 gas 입자들은 칸막이를 제거할 경우 서로 섞여 균일한 혼합체를 이룬다. 각 gas 입자들은 자신들이 섞여 있어야 할 운명이라는 것을 미리 알고 있었을까? (서로 섞여야 한다는 어떤 force 같은 것을 느끼게 되는 걸까?) 이 문제에 대한 견해를 밝히시오.



I　　　　II

제시된 문제에 여러 해석의 여지가 있으나, 본인은 "섞여 있어야 할 운명"을 필연적으로 진행될 방향으로 해석하였습니다.

기체의 분포는 이산적이지 않지만 편의상 I, II만 비교하겠습니다.

수업시간에 다룬 바와 같이 I 보다 II의 경우의 수가 월등히 높다.

따라서 기체 분포는 II로 필연적으로 변화하게 되겠으며, 따라서 서로 섞이는 driving force가 존재한다고 여길 것입니다.

이 경우 state I의 관점에서 driving force를 인지하고 있다고 생각할 수 있을 것입니다.