

2.1 An monatomic ideal gas at 300 K has a volume of 15 liters at a pressure of 15 atm. Calculate

- The final volume of the system
- The work done by the system
- The heat entering or leaving the system
- The change in the internal energy
- The change in the enthalpy when the gas undergoes
 - A reversible isothermal expansion to a pressure of 10 atm
 - A reversible adiabatic expansion to a pressure of 10 atm

The constant-volume molar heat capacity of the gas, c_v , has the value $1.5 R$.

i) A reversible isothermal

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$V_1 = 15 \text{ L}$$

$$P_1 = 15 \text{ atm}$$

$$n = \frac{P_1 V_1}{R T_1} = \frac{(15) \times (15)}{(0.08206) \times (300)} = 9.14 \text{ mol}$$

$$P_2 = 10 \text{ atm}$$

$$V_2 = \frac{n R T_2}{P_2} = \frac{(9.14) \times (0.08206) \times (300)}{10} = 22.5 \text{ L}$$

$$W = \int P dV$$

$$= n R T \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = (9.14) (8.314) (300) \ln \left(\frac{22.5}{15} \right) = 9243 \text{ J}$$

$$\Delta U = 0 = q - W \Rightarrow q = W = 9243 \text{ J}$$

$$\Delta H = n \int C_p dT = 0$$

ii) Reversible Adiabatic ($q = 0$)

$$\Delta U = \cancel{q} - W = -W = - \int P dV = - \int \frac{n R T}{V} dV$$

$$= n \int C_v dT = n \left(\frac{3}{2} \right) (R) (T_2 - T_1) = (9.14) \left(\frac{3}{2} \right) (8.314) (T_2 - 300 \text{ K})$$

$$V_2 = \left(\frac{P_1 V_1^\gamma}{P_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = \left(\frac{(15) (15)^{\frac{5}{3}}}{10} \right)^{\frac{3}{5}} = 19.1 \text{ L}$$

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{n R} = \frac{(10) (19.1)}{(9.14) (0.08206)} = 255 \text{ K}$$

$$\Delta U = -W = (9.14) \left(\frac{3}{2} \right) (8.314) (255 - 300) = -5129 \text{ J} \rightarrow W = 5129 \text{ J}$$

$$\Delta H = n \int C_p dT = (9.14) \left(\frac{5}{2} \right) (8.314) (255 - 300) = -8549 \text{ J}$$

2.3 The initial state of a quantity of monatomic ideal gas is $P = 1 \text{ atm}$, $V = 1 \text{ liter}$, and $T = 373 \text{ K}$. The gas is isothermally expanded to a volume of 2 liters and is then cooled at constant pressure to the volume V . This volume is such that a reversible adiabatic compression to a pressure of 1 atm returns the system to its initial state. All of the changes of state are conducted reversibly. Calculate the value of V and the total work done on or by the gas.

	P	V	T	
1	1 atm	1 L	373 K	} isothermal
2	P_2	2 L	373 K	
3	P_2	V	T_3	} isobaric
4	1 atm	1 L	373 K	

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{(1)(1)}{(0.08206)(373)} = 0.03267$$

$$P_2 = \frac{nRT_2}{V_2} = \frac{(0.03267)(0.08206)(373)}{2} = 0.5 \text{ atm}$$

in state 3 → 4 Adiabatic

$$P_3 V_3^\gamma = P_4 V_4^\gamma$$

$$(0.5)(V_3)^{\frac{5}{3}} = (1)(1)^{\frac{5}{3}}$$

$$V_3 = 2^{\frac{3}{5}} = 1.51 \text{ L}$$

$$T_3 = \frac{P_3 V_3}{nR} = \frac{(0.5)(1.51)}{(0.03267)(0.08206)} = 281 \text{ K}$$

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int P dV = nRT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = (0.03267)(8.314)(373) \ln \left(\frac{2}{1} \right) = 70.2 \text{ J}$$

$$W_{2 \rightarrow 3} = \int P dV = P(V_3 - V_2) = 0.5(1.51 - 2)(101.325) = -24.8 \text{ J}$$

$$W_{3 \rightarrow 4} = \int P dV = -\Delta U = -n \int C_v dT = -(0.03267) \left(\frac{3}{2} \right) (8.31) (373 - 281) = -39.5 \text{ J}$$

$$W_{\text{total}} = 70.2 - 24.8 - 39.5 = 8 \text{ J}$$

2.5 One mole of N_2 gas is contained at 273 K and a pressure of 1 atm. The addition of 3000 J of heat to the gas at constant pressure causes 832 J of work to be done during the expansion. Calculate

- The final state of the gas
- The values of ΔU and ΔH for the change of state
- The values of c_v and c_p for N_2

Assume that nitrogen behaves as an ideal gas, and that the change of state is conducted reversibly.

$$n = 1$$

$$T_1 = 273\text{K} \quad \xrightarrow[\substack{W = 832\text{J} \\ Q = 3000\text{J}}]{\quad} \quad P_2 = 1\text{atm}$$

$$V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = \frac{(1)(0.08206)(273)}{1} = 22.4\text{L}$$

$$\Delta U = Q - W = 3000 - 832 = 2168\text{J}$$

$$W = \int P dV = P(V_2 - V_1) = 1(V_2 - 22.4)(101.325) = 832$$

$$V_2 = \frac{832}{101.325} + 22.4 = 30.6\text{L}$$

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR} = \frac{(1)(30.6)}{(1)(0.08206)} = 373\text{K}$$

a) state 2 : $P_2 = 1\text{atm}$, $T_2 = 373\text{K}$, $V_2 = 30.6\text{L}$

b) $\Delta U = 2168\text{J}$

$$\Delta H = \Delta(U + PV) = \Delta U + P\Delta V + V\Delta P = 2168 + (1)(30.6 - 22.4)(101.325) = 2999\text{J}$$

c) $\Delta U = n \int c_v dT$

$$2168 = (1) c_v (373 - 273)$$

$$\Rightarrow c_v = 21.7\text{J/mol}\cdot\text{K}$$

$$\Delta H = n \int c_p dT$$

$$2999 = (1) c_p (373 - 273)$$

$$c_p = 30.0\text{J/mol}\cdot\text{K}$$

- 3.1 The initial state of 1 mole of a monatomic ideal gas is $P = 10 \text{ atm}$ and $T = 300 \text{ K}$. Calculate the change in the entropy of the gas for
- An isothermal decrease in the pressure to 5 atm
 - A reversible adiabatic expansion to a pressure of 5 atm
 - A constant-volume decrease in the pressure to 5 atm

$$n = 1$$

$$P_1 = 10 \text{ atm}$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = \frac{(1)(0.08206)(300)}{10} = 2.46 \text{ L}$$

$$\text{a) } P_2 = 5 \text{ atm} \quad T_2 = T_1 = 300 \text{ K} \quad V_2 = \frac{nRT_2}{P_2} = \frac{(1)(0.08206)(300)}{5} = 4.92 \text{ L}$$

$$\Delta S = \frac{q}{T}$$

$$\Delta U = q - w = 0$$

$$q = w = \int P dV = \int \frac{nRT}{V} dV = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = (1)(8.314)(300) \ln\left(\frac{4.92}{2.46}\right) = 1728 \text{ J}$$

$$\Delta S = \frac{q}{T} = \frac{1728}{300} = 5.76 \text{ J/K}$$

$$\text{b) Reversible Adiabatic } P_2 = 5 \text{ atm}$$

$$\Delta S = \frac{q}{T} + \Delta S_{\text{Irev}}$$

$$\text{Adiabatic} \Rightarrow q = 0$$

$$\text{Reversible} \Rightarrow \Delta S_{\text{Irev}} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta S = 0$$

$$\text{c) } V_2 = V_1 = 2.46, \quad P_2 = 5 \text{ atm}, \quad T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR} = \frac{(5)(2.46)}{(1)(0.08206)} = 150 \text{ K}$$

$$\Delta S = \frac{q_v}{T} = \int \frac{nC_v}{T} dT = \frac{3}{2} (8.314) \ln\left(\frac{150}{300}\right) = -8.64 \text{ J/K}$$

3.2 One mole of a monatomic ideal gas is subjected to the following sequence of steps:

- Starting at 300 K and 10 atm, the gas expands freely into a vacuum to triple its volume.
 - The gas is next heated reversibly to 400 K at constant volume.
 - The gas is reversibly expanded at constant temperature until its volume is again tripled.
 - The gas is finally reversibly cooled to 300 K at constant pressure.
- Calculate the values of q and w and the changes in U , H , and S .

$$n = 1 \text{ mol}$$

$$P_1 = 10 \text{ atm}$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = \frac{(1)(0.08206)(300)}{10} = 2.46 \text{ L}$$

$$a) V_2 = 3V_1 = 7.38 \text{ L}, T_2 = T_1 = 300 \text{ K}, P_2 = \frac{nRT_2}{V_2} = \frac{(1)(0.08206)(300)}{7.38} = 3.33 \text{ atm}$$

$$\Delta U = 0 = q - w = q = 0 \quad (\because w = 0)$$

$$\Delta H = \Delta(U + PV) = \Delta U + \Delta(PV) = 0 + 0 = 0$$

$$\Delta S = \frac{q_{rev}}{T} + \Delta S_{rev}$$

$$w = \int P dV = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = (1)(8.314)(300) \ln\left(\frac{7.38}{2.46}\right) = 2740 \text{ J}$$

$$\Delta S = \frac{q}{300} = \frac{2740}{300} = 9.13 \text{ J/K}$$

$$b) T_3 = 400 \text{ K}, V_3 = V_2 = 7.38 \text{ L}, P_3 = \frac{nRT_3}{V_3} = \frac{(1)(0.08206)(400)}{7.38} = 4.45 \text{ atm}$$

$$q = n \int C_V dT = (1)\left(\frac{3}{2}\right)(8.314)(400 - 300) = 1247 \text{ J}$$

$$w = \int P dV = 0$$

$$\Delta U = q - w = q = 1247 \text{ J}$$

$$\Delta H = n \int C_P dT = (1)\left(\frac{5}{2}\right)(8.314)(400 - 300) = 2079 \text{ J}$$

$$\Delta S = \frac{q}{T} = n \int \frac{C_V}{T} dT = \left(\frac{3}{2}\right)(8.314) \ln\left(\frac{400}{300}\right) = 3.59 \text{ J/K}$$

$$c) T_4 = T_3 = 400 \text{ K}, V_4 = 3V_3 = 22.14 \text{ L}, P_4 = \frac{nRT_4}{V_4} = 1.48 \text{ atm}$$

$$\Delta U = n \int C_{v,d} dT = 0$$

$$\Delta H = n \int C_{p,d} dT = 0$$

$$q = w = \int P dV = nRT_4 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) = (1)(8.314)(400) \ln\left(\frac{22.14}{7.38}\right) = 3653 \text{ J}$$

$$\Delta S = \frac{q}{T} = \frac{3653}{400} = 9.13 \text{ J/K}$$

$$d) T_5 = 300 \text{ K}, P_5 = P_4 = 1.48 \text{ atm}, V_5 = \frac{nRT_5}{P_5} = \frac{(1)(8.314)(300)}{1.48} = 16.6 \text{ L}$$

$$\Delta U = q - w$$

$$q = n \int C_{p,d} dT = (1)\left(\frac{5}{2}\right)(8.314)(300 - 400) = -2078.5 \text{ J}$$

$$w = \int P dV = P(V_5 - V_4) = 1.48(16.6 - 22.14)(101.325) = -830.8 \text{ J}$$

$$\Delta U = q - w = -2079 + 831 = -1248 \text{ J}$$

$$\Delta H = q_p = -2079 \text{ J}$$

$$\Delta S = n \int \frac{C_p}{T} dT = n C_p \ln\left(\frac{T_5}{T_4}\right) = (1)\left(\frac{5}{2}\right)(8.314) \ln\left(\frac{300}{400}\right) = -5.98 \text{ J/K}$$

3.3 One mole of a monatomic ideal gas undergoes a reversible expansion at constant pressure, during which the entropy of the gas increases by 14.41 J/K and the gas absorbs 6236 J of thermal energy. Calculate the initial and final temperatures of the gas. One mole of a second monatomic ideal gas undergoes a reversible isothermal expansion, during which it doubles its volume, performs 1729 J of work, and increases its entropy by 5.763 J/K. Calculate the temperature at which the expansion was conducted.

$$\begin{array}{ccc}
 \text{a) } n = 1 \text{ mol} & & n = 1 \text{ mol} \\
 p = p & \xrightarrow{\text{Reversible}} & p = p \\
 T_1 & \Delta S = 14.41 \text{ J/K} & T_2 \\
 V_1 & q = 6236 \text{ J} & V_2
 \end{array}$$

$$\Delta S = \frac{q_p}{T} = n \int \frac{C_p}{T} dT = n C_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{5}{2}\right)(8.314) \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 20.8 \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 14.41 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$q_p = n \int C_p dT = \frac{5}{2}(8.314)(T_2 - T_1) = 6236 \text{ J}$$

$$20.8 (T_2 - T_1) = 6236$$

$$T_2 - T_1 = 300$$

$$T_2 = 300 + T_1 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$20.8 \ln\left(\frac{300 + T_1}{T_1}\right) = 14.41$$

$$\frac{300 + T_1}{T_1} = 2$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = T_1 + 300 = 600 \text{ K}$$

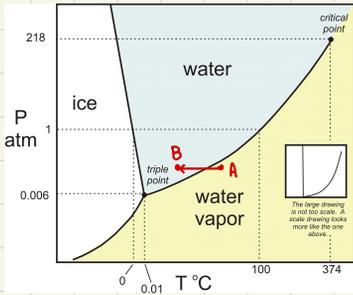
$$\begin{array}{ccc}
 \text{b) } n = 1 \text{ mol} & & \\
 T_1 = T & \xrightarrow{\text{Reversible Isothermal}} & T_2 = T \\
 V_1 = V & w = 1729 \text{ J} & V_2 = 2V \\
 & \Delta S = 5.763 \text{ J/K} &
 \end{array}$$

$$\Delta U = q - w = 0 \rightarrow q = w = 1729$$

$$\Delta S = \frac{q}{T} = \frac{1729}{T} = 5.763$$

$$T = \frac{1729}{5.763} = 300 \text{ K}$$

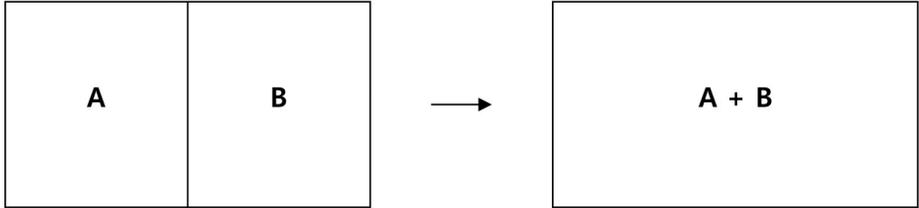
7. 늦가을 자동차를 운전하면 유리창에 김 서림이 문제가 된다. 자동차 유리창에 김이 서리는 이유를 H₂O의 PT diagram을 이용하여 과학적으로 설명하시오. 이를 제거하기 위해 냉난방 장치를 이용할 경우 창 쪽으로 더운 공기가 나오게 하는 것이 현명한 가, 아니면 에어컨 바람이 나오게 하는 것이 현명한 가? 근거를 대고 설명하시오.



늦가을에 자동차를 타고 가면 유리창에 김서림이 발생한다. 그 이유는 자동차 유리창 안팎의 온도 차이 때문이다. 일단, 자동차 외부, 내부의 압력은 동일하며, 외부의 온도 때문에 유리창의 온도는 외부 온도와 비슷해 질 것이다. 그렇기 때문에 A (차 내부)에서 온도가 급격히 낮아져 B (외부 온도로 온도가 낮아진 유리) 상태가 되면 Liquid 상이 가장 안정한 상이 될 것이다. 그렇게 유리창에는 김 서림이 생기게 되는 것이다.

이를 해결하기 위해서는 에어컨을 틀어야 한다. 에어컨을 켜면서 내부와 외부의 온도를 비슷하게 하며, 내부의 습기량도 줄일 수 있다. 이렇게 되면 유리창에서 liquid화 되는 기체 분자의 수가 감소하며, 김 서림을 막을 수 있다.

8. 그림 왼쪽과 같이 분리되어 있던 두 종류의 gas 입자들은 칸막이를 제거할 경우 서로 섞여 균일한 혼합체를 이룬다. 각 gas 입자들은 자신들이 섞여 있어야 할 운명이라는 것을 미리 알고 있었을까? (서로 섞여야 한다는 어떤 force 같은 것을 느끼게 되는 걸까?) 이 문제에 대한 견해를 밝히시오.



초기에 분리되어 있던 기체 A와 B 모두 가만히 그 자리에 머물러 있는 것이 아니라, Kinetic Theory of Gases를 기반으로 각각의 입자가 $E_k = \frac{1}{2}kT$ 로 운동하며, 서로 충돌하고 벽에 부딪히기를 반복하고 있을 것이다. 이때 칸막이를 제거하는 순간에도, 입자들은 충돌하면서 다른 영역으로 이동할 것이며, 이 과정이 계속 반복된다보면 결국 한 Box 내에 A, B 입자가 균일하게 섞이는 equilibrium 상태가 될 것이다. 이 과정에서 입자들은 '엔트로피가 증가하는 방향으로 이동함과 안정적인 상태를 가지려고 함'의 Force를 이용해 이동을 한다. 일반적인 반응은 전체의 엔트로피가 증가하는 방향으로 반응이 진행된다. 칸막이가 제거됨에 따라 입자가 이동할 수 있는 부피가 늘어났고, 이로 인해 입자가 배열될 수 있는 경우의 수가 늘어남에 따라 엔트로피의 증가에 영향을 줄 수 있다. 또, 이렇게 증가한 부피에서 균일하게 배열된 입자들은 서로 간의 상호작용도 줄어들게 되고, 안정한 상태가 된다. 결국 입자들은 이러한 Force를 통해 서로 균일하게 섞이게 된다.