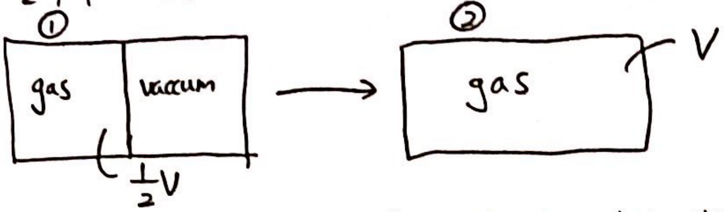
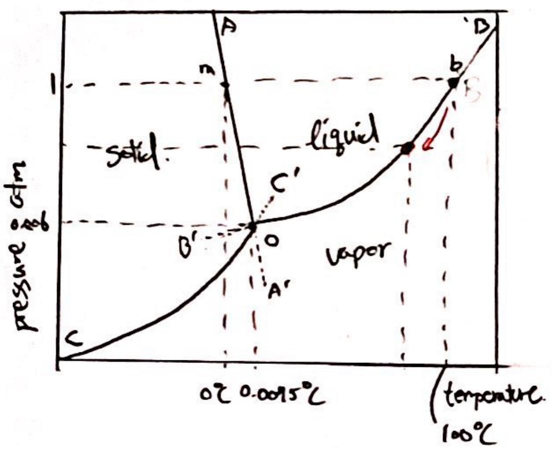
소재 열역학 HW1 20200984 김성수.

1.



칸막이를 제거하기 이전의 상황을 보면, 같은 양의 기체가 더 좁은 공간($\frac{1}{2}V$)에 모여있기 때문에
기체 분자가 존재할 수 있는 경우의 수는 작을 것이고, 기체 분자의 충돌도 더 잦을 것이다. 칸막이를 제거한
이후의 상황을 보면 기체 분자들이 존재할 수 있는 공간의 크기가 2배(V)가 되므로 기체 분자가 존재할
수 있는 지점의 경우의 수는 증가하고, 기체 분자의 충돌 횟수는 줄어들 것이다. 이러한 요인들이 ①→②
일 때, entropy를 증가시키는 원인이 되므로 ①에서 gas와 vaccum 사이에 있는 칸막이를 제거
하면 기체 분자들은 vaccum의 영역으로 퍼져 나가게 된다. 즉, 공간의 넓어짐에 의한 경우의 수 증가,
기체 분자의 운동에 따른 충돌이 빈 공간으로 퍼져 나가게 하는 force와 같은 역할을 한다고 볼 수 있다.
그리고 기체 분자는 끊임없이 운동하기 때문에 빈 공간으로 퍼져 나간 후 시간이 지나면 기체 분자들은 전체
공간 안에서 균일하게 분포하게 된다.

2.



물이 끓는다는 것은 물의 증기압력과 외부의 압력이 같다는 것을 의미한다. 그러므로 우리 일상생활에서 물의 끓는점은 100°C 이다.(외부압력이 1기압이기 때문에)

그런데 높은 산에 올라가게 되면 공기가 희박해지기 때문에 외부 압력이 1기압보다 낮아지게 된다. 그러므로 물의 끓는점은 증기압력 곡선인 BB'을 따라서 낮아진다. 결과적으로 높은 산에 올라가면 물이 더 낮은 온도에서 끓게 되고, 이 상황에서 밥을 지으면 3층밥이 만들어진다.

3층밥이 지어지는 것을 방지하기 위해서는 주변 압력을 높여주어야 하는데, 주변 압력을 높일 수 있는 가장 쉽고, 효과적인 방법은 밥을 짓는 냄비의 뚜껑 위에 어느정도 무게가 나가는 돌을 올려놓는 것이다.

3.

condition: ideal gas, $T_1 = 300K$, $V_1 = 15L$, $P_1 = 15atm$

$\boxed{a}$. A reversible isothermal expansion to a pressure 10atm

$P_2 = 10$ atm. $\hookrightarrow \Delta T = 0 \rightarrow \Delta H = \Delta U = 0.$

$\boxed{(1)}$ $\Delta T = 0$ 이므로 PV는 일정하다. $\rightarrow P_1V_1 = P_2V_2 \rightarrow V_2 = \frac{P_1V_1}{P_2} = \frac{15\times15}{10} = 22.5L$ (1)

$\Delta U = q - w = q - P\Delta V = 0$ ①

$\boxed{(2)}$ $w = P\Delta V = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V}\,dV = nRT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

여기서 n은? ← $P_1V_1 = nRT$

$$n = \frac{P_1V_1}{RT} = \frac{15\cdot15}{0.082\cdot300} = 9.146\text{ mol}$$

$w = nRT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 9.146\cdot8.314\cdot300\cdot\ln\left(\frac{22.5}{15}\right) \approx 9249J$ (2)

$\boxed{(3)}$ ①번 식에서 $q = w$ 이므로 $q \approx 9249J$ (3)

$\boxed{(4)}$ isothermal process이므로

$\Delta T = 0 \rightarrow \Delta U = 0$ (4)

$\boxed{(5)}$ isothermal process 이므로

$\Delta T = 0 \rightarrow \Delta H = 0$ (5)

$\boxed{b.}$ A reversible adiabatic expansion to a pressure of 10atm.

$q = 0$

$\boxed{\gamma = \frac{C_p}{C_v}}$

$\boxed{(1)}$ $\Delta U = -w \rightarrow \cancel{n}C_v\,dT = -P\,dV = -\frac{\cancel{n}RT}{V}\,dV \rightarrow \frac{C_v}{T}\,dT = -\frac{R}{V}\,dV$

$\rightarrow C_v\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = R\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{R}{C_v}} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \frac{P_2V_2}{P_1V_1}$

즉, PV^γ = 일정

$P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma$

$15\cdot15^{\frac{2.5R}{1.5R}} = 10\cdot V_2^{\frac{2.5R}{1.5R}}$

$\rightarrow 15\cdot15^{\frac{5}{3}} = 10\cdot V_2^{\frac{5}{3}} \rightarrow V_2 = 19.13L$ (1)

$\boxed{(2)}$

$\Delta U = -w \rightarrow w = -nC_v\Delta T$

n, R은 일정하므로

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \rightarrow \frac{15\cdot15}{300} = \frac{10\cdot19.13}{x} \rightarrow x = \text{약 } 255K,\ \Delta T = T_2 - T_1 = -45K$$

$w = -nC_v\Delta T = -9.146\cdot\frac{3}{2}\cdot8.314\cdot(-45) \approx 5132J$ (2)

$\boxed{(3)}$ adiabatic process

$\rightarrow q = 0$ (3)

(4)

$\Delta U = q - w \overset{\text{adiabatic}}{=} -w$

$w = 5132\,J$ 이므로 $\Delta U \approx -5132\,J_{(4)}$

(5)

$\Delta H = nC_p\Delta T = 9.146 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.314 \cdot (-45) \approx -8554\,J_{(5)}$

4.

condition : $n = 1\,mol$, monoatomic ideal gas, $T_1 = 273\,k$, $P_1 = 1\,atm$

(a.) A doubling of its volume at constant pressure

$P_1V_1 = nRT_1 \rightarrow V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = 22.4L \xrightarrow{\text{doubling}} V_2 = 44.8L$

constant pressure $P_1 = P_2 = 1\,atm$

$W = \int_{V_1}^{V_2} \underbrace{P}_{\text{constant}} dV = P(V_2 - V_1) = 1(22.4) = 22.4\,atm \cdot L = 2270J$

$W = 2270J$

$1\,atm \cdot L = 101.325\,J$

$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \rightarrow T_2 = 546\,K$

$\Delta U = nC_v\Delta T = q - w \rightarrow 1 \cdot \frac{3}{2} \cdot 8.314(546 - 273) = q - 2270$, $q = 5675\,J$

(b) Then a doubling of its pressure at constant volume.

$W = P\Delta V \leftarrow$ constant volume

$\rightarrow \boxed{W = 0}$

$\Delta U = q - w \rightarrow \Delta U = q = nC_v\Delta T$

$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \rightarrow \frac{1 \cdot 44.8}{546} = \frac{2 \cdot 44.8}{T_2} \rightarrow T_2 = 1092\,k$

$q = \Delta U = nC_v\Delta T = 1 \cdot \frac{3}{2} \cdot 8.314 \cdot (1092 - 546) = 6809\,J \rightarrow \boxed{q = 6809\,J}$

(c) Then a return to the initial state along the path $P = 6.643 \times 10^{-4} V^2 + 0.6667$

$W = PdV = \int_{V_1}^{V_2} 6.643 \times 10^{-4} V^2 + 0.6667\, dV$

$= \left[\frac{1}{3} \cdot 6.643 \times 10^{-4} V^3 + 0.6667V\right]_{44.8}^{22.4}$

$= \frac{1}{3} \cdot 6.643 \times 10^{-4}(22.4)^3 + 0.6667(22.4) - \frac{1}{3} \cdot 6.643 \times 10^{-4}(44.8)^3$

$- 0.6667(44.8) = -3278\,J$

$\therefore W = -3278\,J$

ΔU는 state function이기 때문에 여러 과정을 거쳐서 initial state로 돌아오게되면 모든 ΔU의 합은 0이다.

그러므로 $\Delta U_a + \Delta U_b + \Delta U_c = 0$ 이다.

$\Delta U_a + \Delta U_b + \Delta U_c = q_a - w_a + q_b - w_b + q_c - w_c$

$= 5675 - 2270 + 6809 + 0 + q_c + 3278 = 0$

$q_c = -13492 \text{ J}$