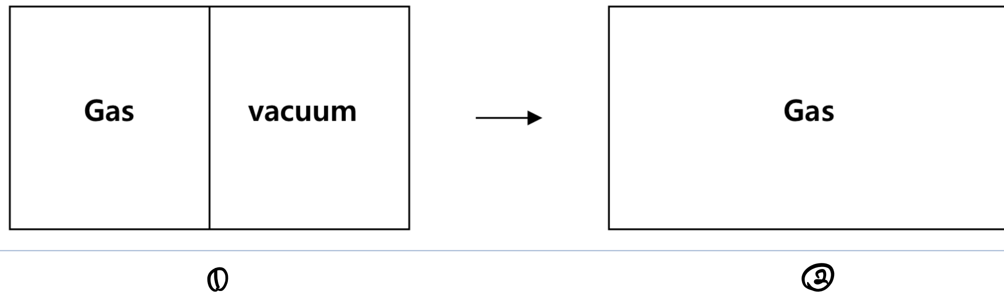
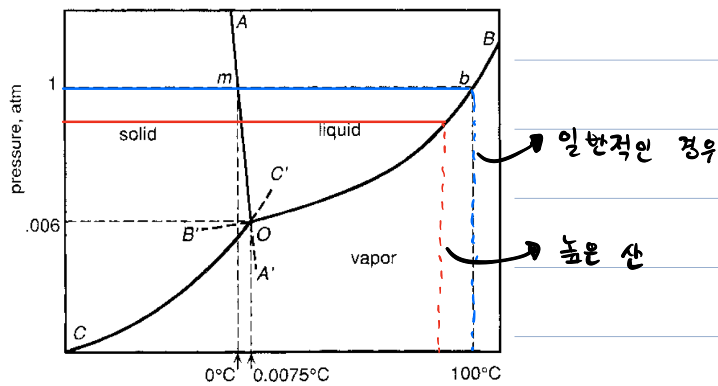
Hw1 20200809 유정환

1.



① 에서 ② 상황이 되면 box의 부피가 2배가 되므로 gas 입자가 분포할 수 있는 위치가 2배가 된다. 이렇게 되면 gas 입자가 왼쪽에 몰려있을 확률보다 box 전체에 걸쳐서 gas 입자가 퍼져있을 확률이 높다. 따라서 gas 입자는 spontaneous 하게 흩어진다. 이는 결국 gas 입자가 흩어지는 것이 전체 엔트로피가 증가하는 방향이라고도 생각할 수 있다. 따라서 gas 입자의 움직임을 목적론적으로 보았을 때, 전체 엔트로피가 증가하는 방향으로 driving force를 받았다고 생각할 수 있을 것 같다.

2.



물의 끓는 점은 외부압과 물의 증기압이 같을 때 이다.
즉, 일반적인 경우에는 대기압이 1atm 이므로 물의 증기압이 1atm 일때 인
100°C 일 때 물이 끓는다. 그러나 높은 산에 올라가면 기압이 낮아지
외부압이 1atm 보다 작아지고 결국 물의 끓는 점이 100°C 보다
낮아진다. 따라서 밥의 위쪽 부분에 열이 전달되기 전에 물이 증발해
버려서 위쪽 부분은 설익어 버린다. 위쪽 부분을 익히기 위해 불을 올리다 보면
아랫 부분이 다 타버려서 3층밥이 되버린다. 이를 해결하기 위해
냄비 뚜껑 위에 돌을 올려서 냄비 안의 압력을 높여서
끓는점을 높이면 된다.

3.

a. a reversible isothermal expansion to a pressure of 10 atm

(1) 이상기체상태 방정식 $PV = nRT$ 에서 isothermal 이면
우변의 n, R, T 모두 상수이므로 PV값은 일정하다.
따라서 $P_1V_1 = P_2V_2$ 에서

$(15\,atm) \times (15\,L) = (10\,atm) V_2 \Rightarrow V_2 = 22.5\,L$

(2) reversible process 이므로 구하는 일은 W_{max} 이다.

isothermal 이므로 V만 변수

$$W_{rev} = W_{max} = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V}\,dV = nRT \ln\frac{V_2}{V_1}$$

($R = 0.08206\ L\cdot atm/K\cdot mol = 8.3144\ J/K\cdot mol$)

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{(15\,atm)\cdot(15\,L)}{(0.08206\,L\cdot atm/K\cdot mol)(300\,K)} = 9.14\ mol$$

$$\therefore W_{rev} = (9.14\,mol)(8.3144\,J/K\cdot mol)(300\,K)\ln\frac{22.5\,L}{15\,L}$$
$$= 9244\,J$$

(3) isothermal process 이므로 $\Delta U = q - w = 0 \Rightarrow q = w$

$\therefore q = 9244\,J$

(4) isothermal process 이므로 ΔT는 0 이어서 $\Delta U = 0$
(5) $\Delta H = \Delta U + \Delta(PV) = 0 + 0 = 0$

↳ isothermal 이므로 $\Delta U = 0$, $PV = const \Rightarrow \Delta(PV) = 0$

b. a reversible adiabatic expansion to a pressure of 10 atm

(1) adiobatic 에서는

$$dU = C_v dT = -PdV = -\frac{RT}{V} dV$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T} dT = -\frac{R}{C_v} \cdot \frac{1}{V} dV \Rightarrow \int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{T} dT = -\frac{R}{C_v} \cdot \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV$$

$$\Rightarrow \ln\frac{T_2}{T_1} = \frac{R}{C_v} \ln\frac{V_1}{V_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{R}{C_v}} = \frac{P_2V_2}{P_1V_1}$$

$$\Rightarrow P_1V_1^{1+\frac{R}{C_v}} = P_2V_2^{1+\frac{R}{C_v}} \Rightarrow PV^{1+\frac{R}{C_v}} = PV^{\frac{5}{3}} = \text{const} \quad (C_v = 1.5R)$$

$$(15\text{atm})(15L)^{\frac{5}{3}} = (10\text{ atm}) \times V_2^{\frac{5}{3}} \Rightarrow V_2 = 19.13L$$

(2) adiabatic process 이므로 $q = 0 \Rightarrow \Delta U = q - w = -w$

$$\Rightarrow w = -\Delta U = -nC_v\Delta T = -n \cdot \frac{3}{2}R(T_2 - T_1)$$

$$P_2V_2 = nRT_2 \Rightarrow T_2 = \frac{P_2V_2}{nR} = \frac{(10\text{atm})(19.13L)}{(9.14\text{mol})(0.08206\text{L}\cdot\text{atm/K}\cdot\text{mol})} = 255K$$

$$\therefore w = -n\frac{3}{2}R(T_2 - T_1) = -(9.14\text{mol}) \cdot \frac{3}{2} \cdot (8.3144\text{J/K}\cdot\text{mol})(255K - 300K)$$
$$= 5130J$$

(3) adiabatic process 이므로 $q=0$ 이다.

(4) adiabatic process 이므로 $q=0 \Rightarrow \Delta U = q - w = -w$

(2)를 이용하면 $\Delta U = -w = -5130J$

(5) $\Delta H = nC_p\Delta T = n(C_v+R)(T_2-T_1)$

$= (9.14mol)(\frac{5}{2} \cdot 8.3144 J/K\cdot mol)(253K - 300K)$

$= -8549J$

4.

a. 등압 팽창 (2배)

$$P_1V_1 = nRT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = \frac{(1mol)(0.08206 L \cdot atm/K \cdot mol)(273K)}{1atm}$$

$$= 22.4L \Rightarrow V_2 = 44.8L$$

$$P_2V_2 = nRT_2 \Rightarrow T_2 = \frac{P_2V_2}{nR} = \frac{(1atm)(44.8L)}{(1mol)(0.08206 L \cdot atm/mol)} = 546K$$

$$W = P\Delta V = 1atm(44.8L - 22.4L) = 22.4 L \cdot atm = 22.4 \cdot \frac{8.3144}{0.08206} J$$

$$= 2270J$$

$$\Delta U = nC_v\Delta T = (1mol)(\tfrac{3}{2} \cdot 8.3144 J/K \cdot mol)(546K - 273K)$$

$$= 3405J$$

$$\Rightarrow \Delta U = q - W \Rightarrow q = \Delta U + W = 3405J + 2270J = 5675J$$

b. 등적 (압력 2배)

$W = 0$ (부피 변화가 없으므로)

$$P_3V_3 = nRT_3 \Rightarrow T_3 = \frac{P_3V_3}{nR} = \frac{(2atm)(44.8L)}{(1mol)(0.08206 L \cdot atm/K \cdot mol)} = 1092K$$

$$\Delta U = nC_v\Delta T = (1mol)(\tfrac{3}{2} \cdot 8.3144 J/K \cdot mol)(1092K - 546K) = 6809J$$

$$\Delta U = q - W = q \Rightarrow q = 6809J$$

C. 다시 처음 상태로 ($P = 6.643\times10^{-4}V^2 + 0.6667$)

$$W = \int_{V_3}^{V_1} P\,dV = \int_{V_3}^{V_1} (6.643\times10^{-4}V^2 + 0.6667)\,dV$$

$$= \left[\frac{1}{3}(6.643\times10^{-4})V^3 + 0.6667V\right]_{44.8}^{22.4}$$

$$= \frac{1}{3}(6.643\times10^{-4})((22.4)^3-(44.8)^3) + 0.6667(22.4-44.8)$$

$$= -32.36\ \text{Latm} = -32.36\,\frac{8.3144}{0.08206}\,\text{J} = -3279\,\text{J}$$

$$\Delta U = nC_v\Delta T = (1\,\text{mol})(\tfrac{3}{2}\cdot 8.3144\,\text{J/(K}\cdot\text{mol)})(273\,\text{K} - 1092\,\text{K}) = -10214\,\text{J}$$

$$\Delta U = q - w \Rightarrow q = \Delta U + w = -10214\,\text{J} - 3279\,\text{J} = -13493\,\text{J}$$