

1. Ag-38at% Au at 510 K

$$C(x,0) = (38 \text{ at\% Au}) + (12 \text{ at\% Au}) \cos \beta x \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \lambda = 2 \cdot 10^{-9} \text{ m} \rightarrow \beta = \pi \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$$

Diffusion equation

$$C(x,t) = (38 \text{ at\% Au}) + (12 \text{ at\% Au}) \exp \{R(\beta)t\} \cos \beta x \quad \dots (1)$$

$$(a) \quad \frac{\partial C}{\partial t} = (12 \text{ at\% Au}) R(\beta) \exp \{R(\beta)t\} \cos \beta x$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} = -(12 \text{ at\% Au}) \beta \exp \{R(\beta)t\} \sin \beta x$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = -(12 \text{ at\% Au}) \beta^2 \exp \{R(\beta)t\} \cos \beta x$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \tilde{D} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

$$\therefore \tilde{D} = -\frac{R(\beta)}{\beta^2} = 10^{-23} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$R(\beta) = -\pi^2 \cdot 10^{-5} = -9.87 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

From eq. (1)

$$C_{\max}(x,t) = 38 \text{ at\% Au} + (12 \text{ at\% Au}) \exp \{R(\beta)t\}$$

$$C_{\min}(x,t) = 38 \text{ at\% Au} - (12 \text{ at\% Au}) \exp \{R(\beta)t\}$$

$$\Delta C = (24 \text{ at\% Au}) \exp \{R(\beta)t\} = 2 \text{ at\% Au} \quad \therefore \exp \{R(\beta)t\} = \frac{1}{12}$$

$$R(\beta)t = -2.4849$$

$$\therefore t = \frac{-2.4849}{-9.87 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}} = 25177.3 \text{ sec}$$

(b) Using Cahn's method.

$$\frac{\partial^4 C}{\partial x^4} = (12 \text{ at\% Au}) \beta^4 \exp \{R(\beta)t\} \cos \beta x$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \tilde{D} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \frac{2K\tilde{D}}{f''} \frac{\partial^4 C}{\partial x^4}$$

$$R(\beta) = -\tilde{D}\beta^2 - \frac{2K\tilde{D}}{f''} \beta^4 = -10^{-23} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \cdot (\pi \cdot 10^9)^2 \text{ m}^{-2} - \frac{-5.2 \cdot 10^{-11} \text{ J} \cdot \text{m}^{-1} \cdot 10^{-23} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}}{5 \cdot 10^9 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}} \cdot (\pi \cdot 10^9)^4 \text{ m}^{-4}$$

$$= -9.8696 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1} + 1.01305 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

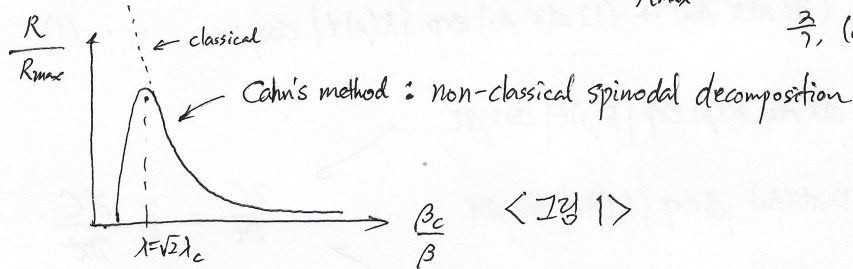
$$= -8.85655 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$\text{Likewise, } R(\beta)t = -2.4849$$

$$\therefore t = 28057.2 \text{ sec}$$

(c) Cahn's method 은 K, f'' 등의 parameter로 kinetics of spinodal decomposition 을 support 하는 접근법이다. 이에, K 값이 존재하므로 non-classical equation 이다.

Non-classical 은 파장이 작은 영역 ($\lambda < \sqrt{2} \lambda_c$) 에서 classical 과 $\frac{R}{R_{max}}$ 이 차이가 나는데, $\lambda = \sqrt{2} \lambda_c$ 를 기준으로 λ 가 작아질수록, 또는 $\sqrt{2} \lambda_c$ 보다 커질수록 $\frac{R}{R_{max}}$ 이 작아져 자라는 속도가 느려진다. 즉, (a)보다 시간이 많이 걸린다.



<그림 1>

그러나, 일반적인 Fick's second law는 spinodal decomposition 을 고려하지 않고 diffusion couple 이 homogenize 하는 시간을 나타낸다. Ag-Au system은 unlike atom bonding, 즉 ordering 을 선택하고 negative gradient energy coefficient 를 가진다. 위 (a), (b) 의 결과에서 $R(\beta)$ 가 음의 값을 보이고 f'' 도 $5 \times 10^9 \text{ J m}^{-3}$ 으로 양수이므로 spinodal decomposition 및 uphill diffusion 이 일어날 조건인 $f'' \ll 0$ 및 <그림 1>과 같이 $\frac{R}{R_{max}}$ 이 양수가 아니므로 Ag-Au는 spinodal decomposition 을 선택하지 않고 (a)의 결과와 같이 Ag-Au ordering 을 선호함을 알 수 있다.